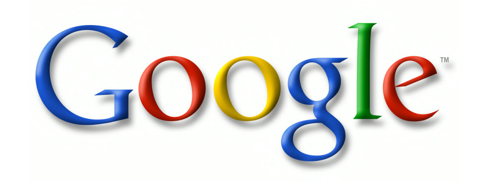
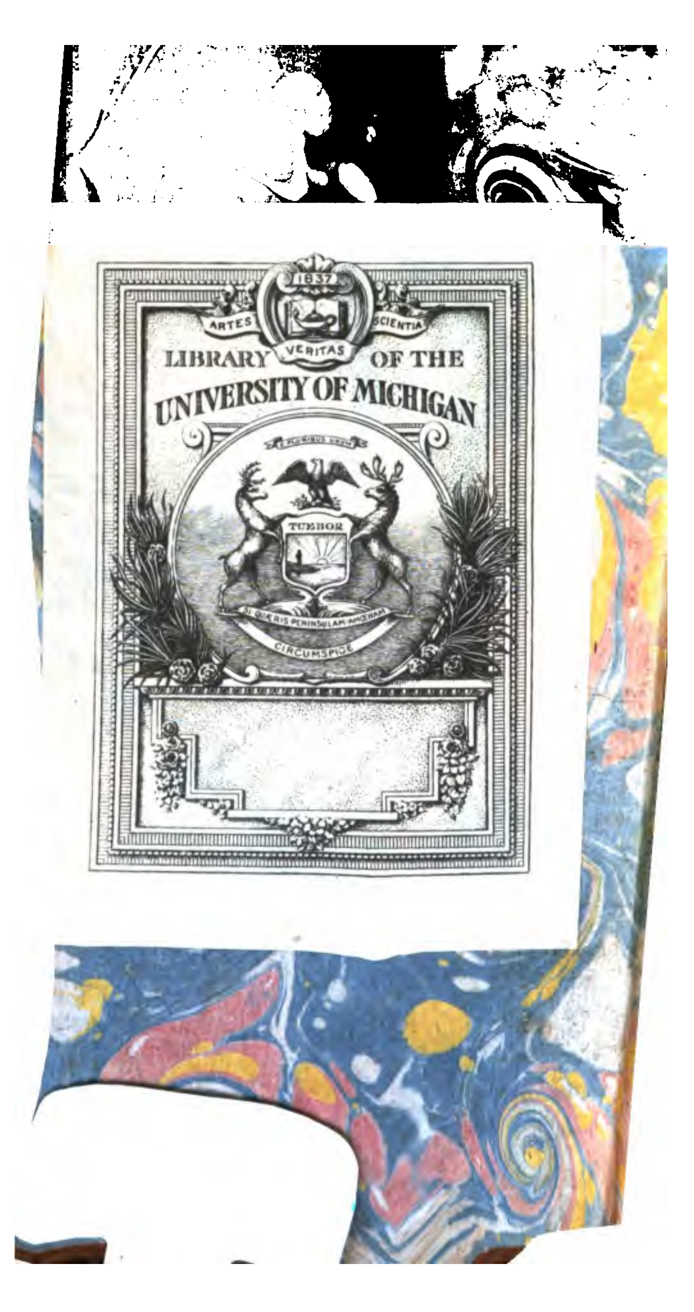
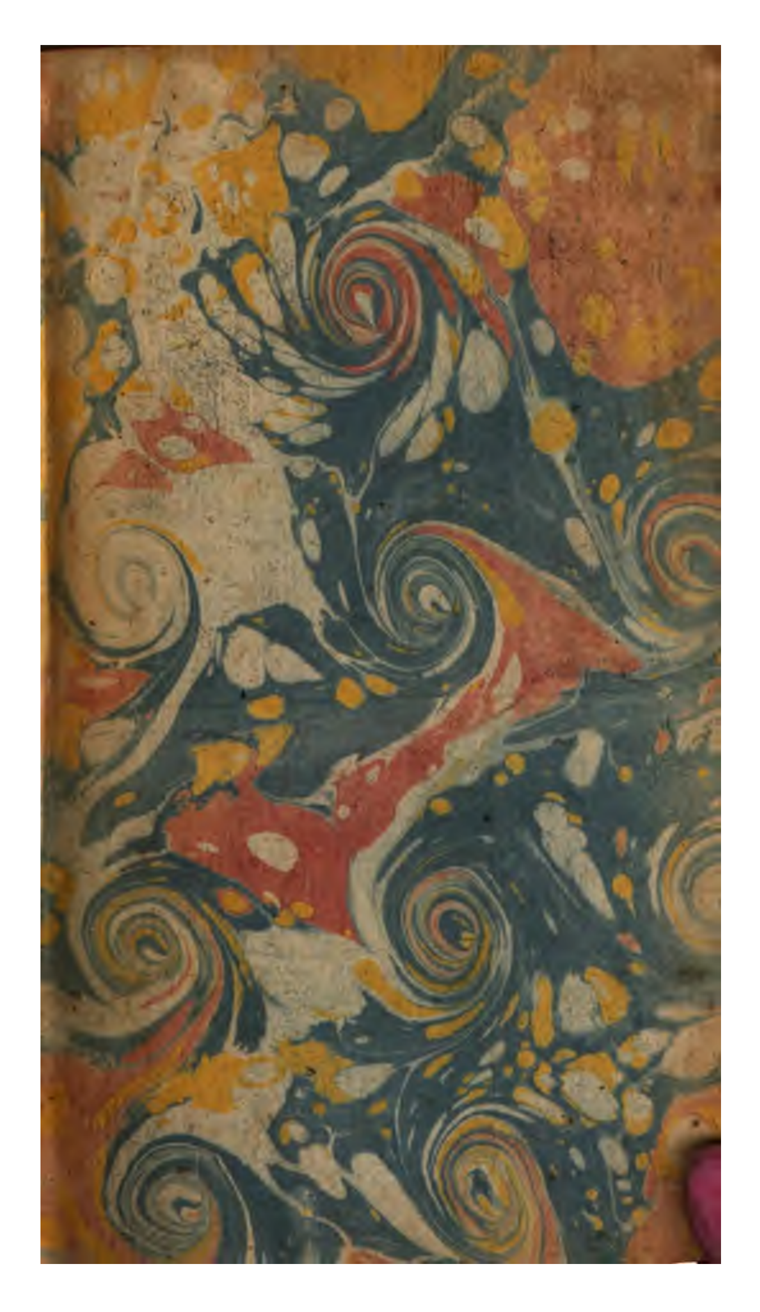



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE



Ferraglio

ENTRETIENS MATHÉMATIQUES

SUR

LES NOMBRES, L'ALGÉBRE,

LA GÉOMÉTRIE, LA TRIGONOMÉTRIE rectiligne, l'Optique, la Propagation de la Lumière, les Télescopes, les Microscopes, les Miroirs, l'Ombre & la Perspective.

Par le R. P. Noël REGNAULT *de la Compagnie de* JESUS. 1683-1762

TOME TROISIE'ME.



A PARIS,

Chez
CLOUSIER,
DAVID, Fils, } *Ruë S. Jacques.*
DURAND,
DAMONNEVILLE, *Quay des Augustins.*

M. DCC. XLIII.

Avec Approbation & Privilege du Roy.

TABLE

DES

ENTRETIENS MATHÉMATIQUES

Contenus dans le troisième Tome.

SUR L'OPTIQUE.

Fin de la Table.



ERRATA

Du troisiéme Tome.

Page 30. *ligne* 3. décrits, *lisez*, droits.

Page 121. *ligne* 21. Télescope astronomique, *lisez*, Télescope terrestre en astronomique.

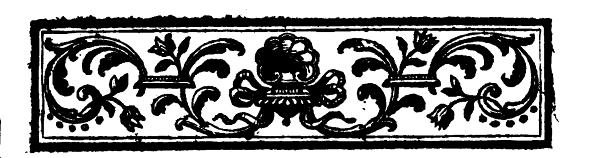
Page 154. *en marge*, *N*. 116. *lisez*, *N*. 161.

Page 211. *Prop. XVI. ligne* 7. DF, *lisez*, DB.

Page 220. *ligne* 13. AB, *lisez*, AD.

Page 221. *ligne* 19 *effacés* C, *&* *mettez à la place*, du miroir.

Page 280. *ligne* 13. *b*, *g*, *c*, *e*, *lisez*, B, G, C, E.



ENTRETIENS MATHÉMATIQUES SUR L'OPTIQUE.

I. ENTRETIEN.

Sur la Propagation de la Lumière.

Eudoxe. Oila donc encore, Ariste, une espèce de décoration nouvelle dans votre Cabinet. Il y a quelque temps, c'étoit la Géométrie ou la Trigonométrie en figures parlantes, pour ainsi dire : aujourd'hui, c'est l'Optique, ce semble.

ARISTE. Comme l'Optique a beaucoup d'agrémens, du moins pour moi; j'ai fait faire par une main assez habile, un certain nombre de figures qui retracent tout d'un coup dans mon esprit ce qui me touche le plus dans cette partie des Mathématiques.

EUDOXE. Refuseriez-vous de rappeller dans mon esprit les idées que ces figures réveillent dans le vôtre?

ARISTE. C'est-à-dire, Eudoxe, que toujours attentif à faire le plaisir des autres, vous aimez à vous entretenir avec eux des choses qui vous paroissent les intéresser le plus. Hé bien, puisque vous le voulez, à la Lumière du Calcul, de la Géométrie, & de la Trigonométrie, nous développerons nos idées sur l'Optique, à peu près comme nous avons fait sur le Calcul, la Géométrie & la Trigonométrie même. Les véri-

tés connues, les Définitions, les Propositions démontrées prépareront la résolution des Problêmes; & en allant encore par dégrés, pas à pas, lentement, peut-être en avancerons-nous davantage.

Eudoxe. Allez, Ariste, le train qu'il vous plaira : vous me verrez toujours constant & fidéle à vous suivre sans déranger le fil des choses que vous direz.

1. Ariste. D'abord, qu'est-ce que le mouvement d'un corps? Le passage d'un endroit dans un autre. La longueur du chemin parcouru dans un certain temps exprime la vitesse du corps en mouvement; & le produit de la vitesse par la masse, ou de la masse par la vitesse, la force: car la force d'un corps lui vient de sa vitesse; & comme chaque partie va aussi vite que le corps, sa vitesse prise autant de fois qu'il a de parties, fait sa force.

2. La Lumière est un corps en mouvement, puisque son action se fait sentir jusqu'à blesser les yeux.

3. La Lumière traverse le Cristal même : donc elle consiste en filets très-déliés de la matière céleste ou ètherée, agitée par l'action du corps lumineux.

4. Les rayons sont des filets de lumière étendus depuis le corps lumineux jusques à nos yeux, où ils portent l'impression de ce corps : car un corps n'agit sur un corps éloigné que par le moyen d'un corps intermédiaire.

5. On appelle rayons simples ceux qui ne sont pas composés de plusieurs ; rayons solides, ceux qui sont composés.

6. Les rayons directs sont des rayons qui n'ont été détournés par la rencontre d'aucun corps.

7. Les rayons rompus sont des rayons qui ont été détournés dans

le passage d'un milieu dans un autre, de l'Air, par éxemple, dans l'Eau.

8. Les rayons réfléchis sont des rayons détournés sans passer d'un milieu dans un autre.

9. Tous ces rayons sont du ressort de l'Optique, mais en particulier les rayons directs, dont il s'agit ici.

Cela posé;

PROPOSITION I.

10. *Le rayon porte la Lumière en ligne droite, sans la répandre également en tous sens.*

Soient deux tuyaux AB & CD, qui se coupent à angles droits. Fig. 1.

Je mets une Bougie allumée vis-à-vis une extrémité A du premier; vous voyez la Lumière par l'extrémité opposée B : mais regardez par un bout C du second; vous n'appercevez point la Lu-

mière : donc, &c. (*a*).

PROPOSITION II.

11. *La Lumière a sa force.*

C'est une matière en mouvement, qui touche & frape jusqu'à
* N 2. blesser les yeux *.

PROPOSITION III.

12. *La force de la Lumière répond au nombre des rayons solides qui la composent.*

Ces rayons ont sensiblement même grosseur, même longueur, même vitesse : ainsi, la force de la Lumière étant le produit des

(*a*) La Lumière du Soleil n'empêche pas que l'action des rayons des Etoiles ne vienne jusques à nos yeux : car au fond d'un Puits, ou avec un long tuyau, sur la surface même de la Terre, on voit les Etoiles en plein jour.

Alors la vivacité des rayons obliques du Soleil, affoiblie ou anéantie par un grand nombre de réfléxions dans le Puits ou dans le tuyau, ne rend plus insensible l'action des rayons des Etoiles.

mêmes rayons par la même vîtesse *, est plus ou moins grande * à proportion que les rayons sont plus ou moins nombreux. *N. 1.*

PROPOSITION IV.

13. *La Lumière s'affoiblit à mesure que l'espace éclairé croît.*

La Lumière * est un mouvement qui se communique & par conséquent s'affoiblit à proportion que l'espace qui le partage, devient plus grand. * *N. 2.*

Par une raison contraire, la Lumière doit croître à proportion que l'espace éclairé par les mêmes rayons diminuera.

PROPOSITION V.

14. *Les diminutions de la Lumière qui se répand en rayons divergents* EB, EA, *dans un milieu libre & uniforme, sont en raison doublée des* Fig. 2.

diſtances au point lumineux d'où elle part.

Je dis donc que la diminution de la Lumière en F eſt à la diminution de la Lumière en G, en raiſon doublée de la diſtance FE à la diſtance GE.

La diminution en F eſt à la diminution en G, comme la ſurface
*N. 13. AFB eſt à la ſurface CGD *, puiſque la Lumière s'affoiblit à proportion que l'eſpace éclairé croît. Or la ſurface AFB eſt à la ſurface CGD en raiſon doublée de la diſtance FE à la diſtance GE: car les ſurfaces des Sphéres ſont en raiſon doublée des rayons (*a*) ou des diſtances au centre de la Sphére.

15. De-là, les décroiſſemens de la Lumière qui s'éloigne de ſa ſource, ſont comme les quarrés des diſtances, puiſque les quarrés

(*a*) Géométrie, N. 491.

des diſtances en expriment la raiſon doublée (*a*).

PROPOSITION VI.

16. *Les divers dégrés de forces dans la Lumière qui s'éloigne de ſa ſource, ſont en raiſon inverſe des quarrés des diſtances.*

Je dis que la force de la Lumière en G eſt à la force en F, comme le quarré de FE eſt au quarré de GE. Fig. 2.

La force en G ſurpaſſe la force en F, à proportion que la ſurface ou la couche AFB excéde la ſurface ou la couche CGD*. *N. 13. & 14.

Ainſi, la force en G eſt à la force en F comme la ſurface AFB eſt à la ſurface CGD: or la ſurface AFB eſt à la ſurface CGD, comme le quarré de FE eſt au quarré de GE (*b*). Donc la force de la Lumière en G eſt à la force

(*a*) Calcul Littéral, N. 189.
(*b*) Géométrie, N. 401.

de la Lumière en F, comme le quarré de FE est au quarré de GE.

17. De-là, 1°. Les forces de la Lumière sont réciproquement comme les surfaces où elles se trouvent.

18. 2°. Si les quarrés des distances au point lumineux sont 1, 4, les dégrés de la Lumière seront 4, 1; la distance FE est-elle double de GE? La force de la Lumière en G sera quadruple. Si FE = 3GE, la force en G sera noncuple, &c. & par conséquent la force de la Lumière diminue selon la progression 1. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{25}$, &c.

Fig. 2. *19*. 3°. Par une raison contraire, si la Lumière se répand en rayons convergents BE, AE, les forces de la Lumière croîtront dans la raison inverse des quarrés des distances au point de réunion E, ou des rayons FE, GE:

Je dis que la force de la Lumière

en F *sera à la force en* G, *comme le quarré de* GE *au quarré de* FE.

La force en F sera à la force en G comme la surface CGD à la surface AFB *. or la surface CGD est à la surface AFB comme le quarré de GE au quarré de FE (*a*). * N. 17.

20. EUDOXE. Ainsi, les forces de la Lumière du Soleil sur la Terre, & sur la Lune placée entre la Terre & le Soleil, seront en raison renversée des quarrés des distances de la Terre & de la Lune au Soleil; c'est-à-dire, que la force sur la Lune sera à la force sur la Terre, comme le quarré de la distance de la Terre au Soleil est au quarré de la distance de la Lune à cet Astre.

ARISTE. En général, plus les corps seront éloignés du corps lumineux, moins ils seront éclairés; & les diminutions de clarté, le reste égal, seront comme les

(*a*) Géométrie, N. 401.

quarrés des diſtances.

21. *EUDOXE. Mais, Ariſte, il faut les trouver, ces diminutions de forces dans la Lumière.*

ARISTE. Hé bien, ſoit le corps lumineux B, produiſant en C un certain dégré de Lumière.
Fig. 3.

D'abord, je prens les eſpaces BC, CD, DE, EF égaux.

Ainſi, la diſtance BD ſera double de BC; BE, triple; BF, quadruple.

Puis, je ſuppoſe que la Lumière en C eſt 1. Et je dis que la Lumière étant 1 en C à la fin du premier intervalle, elle ſera $\frac{1}{4}$ en D, à la fin du ſecond; $\frac{1}{9}$, en E; $\frac{1}{16}$ en F, &c.

1°. Puiſque la diſtance BD eſt double de BC = 1, le quarré de BC eſt au quarré de BD comme 1 à 4 (a): donc la Lumière en C eſt à la Lumière en D, comme 4 à 1 *: & par conſequent la Lu-

(a) Calcul Littéral, N. 19.

mière en C étant 1, la Lumière en D sera $\frac{1}{4}$.

2°. Puisque BE = 3BC, le quarré de BC = 1 est au quarré de BE, comme 1 à 9 : donc la Lumière en C doit être à la Lumière en E comme 9 à 1 * : donc la Lumière en E sera $\frac{1}{9}$. *N. 16.

Enfin, BF = 4BC : donc BC^2 : BF^2 : : 1. 16 : donc il faut que la Lumière en C soit à la Lumière en F, comme 16 à 1 * : donc la Lumière en F sera $\frac{1}{16}$. *N. 16.

Ainsi, la Lumière étant 1 en C, à la fin du premier intervalle, elle sera successivement $\frac{1}{4}$ en D, $\frac{1}{9}$ en E, $\frac{1}{16}$ en F, &c. (a).

(a) L'air diminue la force de la Lumière : car si l'on introduit la Lumière dans une chambre obscure, par un petit trou, l'œil placé à côté du trou voit une trace lumineuse; sans doute, parce que l'air réfléchit quelques particules du rayon lumineux; ce qui doit l'affoiblir. Ainsi, l'on a raison de croire qu'aucun rayon ne porte la Lumière à une distance infinie.

EUDOXE. Mais enfin, la Lumiere qui décroît de la sorte, rencontre des corps dans sa propagation, & les frape tantôt perpendiculairement, tantôt obliquement : le rayon oblique ou perpendiculaire éclaire-t-il également ?

ARISTE. Non.

PROPOSITION. VII.

22. *Un rayon solide moins oblique éclaire plus qu'un rayon plus oblique.*

Fig. 4. Soit le Plan BF divisé en parties égales BC, CD, DE, EF :

Je dis que le rayon solide BAC éclaire plus BC, que le rayon CAD n'éclaire CD, ou que l'angle BAC > CAD, & contient par conséquent plus de rayons simples.

Du point A, intervalle AC, décrivez l'arc HCGIK ; & tirez AK parallele à BF.

AB perpendiculaire sur BF,

est la hauteur commune des Triangles BCA, CDA, &c. (a).

Ainsi le Triangle BCA=CDA de même base & de même hauteur (b) : donc le secteur HCA > CGA, de la valeur de BCH + CGD. Or les secteurs HCA, CGA sont comme leurs bases HC, CG (c) : donc l'arc HC > CG : donc l'angle BAC > CAD (d), ayant plus grande mesure.

Par la même raison, l'angle CAD > DAE, &c.

23. De-là 1°. Le rayon EAF le plus éloigné de la perpendiculaire AB, ou le plus incliné au Plan BF, éclaire le moins. 2°. Plus un rayon est oblique, moins il éclaire. *Fig.* 4.

EUDOXE. *Ainsi, moins le Soleil*

(a) Géométrie, N. 188.

(b) Ibid.

(c) Ibid. N. 284.

(d) Ibid. N. 93.

ſera élevé, moins il éclairera la Terre....

Fig. 4. ARISTE. Le rayon FAE parti du point A du Soleil moins élevé, doit éclairer moins que le rayon EAD du Soleil plus élevé : car l'angle FAE < EAD *: donc le
*N.22. rayon FAE contient moins de rayons ſimples que EAD, donc le rayon FAE ayant moins de for-
* N. 1. ces *, doit moins éclairer (*a*).

PROPOSITION VIII.

24. *Les rayons du Soleil reçus par un petit trou dans une Chambre obſcure ſur un Plan parallele au Plan*

(*a*) Pourquoi le Soleil eſt-il beaucoup plus chaud en Eté par rapport à nous ? Eſt-ce préciſément parce que ſes rayons, étant moins obliques, ſont plus réfléchis ? Non : mais parce qu'étant moins obliques, ils ont plus de forces, & les font ſentir plus long-temps ſur l'horiſon.

Et ſi les chaleurs ſont ſi violentes vers le Pôle en Eté, malgré l'obliquité des rayons, c'eſt à cauſe de la continuité de l'action du Soleil ſur l'horiſon.

apparent

apparent du Soleil, forment deux Cônes opposés au sommet.

1°. Les deux rayons GK, HI partis de deux points opposés G, H du Soleil & croisés en B, font avec les bases GH, IK, deux Triangles GBH, IBK opposés au sommet B. Fig. 5.

2°. Faites tourner ces deux Triangles sur l'axe commun CA : ils formeront deux Cônes qui auront pour bases GXHY, & INKM, & un sommet commun B. Or ces Triangles ne feront que ce que font les rayons partis de tous les points de la circonférence dont GH est diamétre.

PROPOSITION IX.

25. *Ces deux Cônes sont semblables.*

Les angles GCB, KAB font droits (*a*), & les angles CBG, Fig. 5.

(*a*) Géométrie, N. 304.

ABK, opposés au sommet: donc l'angle G = K (a).

Par la même raison, l'angle H = I: donc les Triangles GHB, KIB sont semblables (b): donc les deux Cônes étant faits de Triangles semblables, sont semblables.

Proposition X.

Fig. 5. 26. *Dans le second cône* IMKNB, *les différents dégrés de Lumière sont réciproquement comme les quarrés des distances au trou* B.

Je dis que la Lumière en D est à la Lumière en A, comme AB^2 à DB^2.

On peut regarder le trou B, comme un point d'où part la Lumière. Or les différents dégrés de la Lumière qui s'éloigne de sa source, sont réciproquement comme les quarrés des distances au
N. 16. point d'où elle part, ou dans la

(a) Géométrie, N. 136.
(b) Ibid. N. 133.

raison inverse de ces deux quarrés.

PROPOSITION XI.

27. *Les rayons du Soleil reçus par un petit trou* B *dans une Chambre obscure sur une muraille, ou sur un drap blanc parallele au Plan apparent du Soleil, y traceront l'image du Soleil même.*

Ils y traceront une base IMKNA semblable a la base GXHYC d'où ils sont partis, & qui est l'hémisphére apparent du Soleil: donc ils y traceront l'image de cet Astre. Fig. 5.

PROPOSITION XII.

28. *Dans cette image, l'objet sera renversé.*

Ce qui est à gauche, ou en G, sera peint à droite, ou en K dans l'image: ce qui est à droite, ou en H, sera peint à gauche, ou en I dans l'image*; donc dans cet- Fig. 5. *N. 24.

te image, l'objet sera renversé.

Fig. 6. EUDOXE. *Aussi, que l'image de la flamme* ABC *d'une Bougie aille se peindre par un petit trou* D *sur une muraille, ou sur un carton blanc* EFG *placé à une certaine distance du trou; la flamme paroîtra renversée.*

ARISTE. Le rayon AG portera en G, ou en bas l'image de la partie supérieure A de la flamme; le rayon CE portera en E, ou en haut, l'image de la partie inférieure C.

PROPOSITION XIII.

29. *La hauteur de l'image qui vient par un petit trou se tracer sur un Plan parallele à l'objet, est à la hauteur de l'objet, comme la distance de l'image au petit trou est à la distance de l'objet même à ce trou.*

Fig. 6. Je dis que EG. AC :: FD. DB.

Les Triangles DBC & DFE, DBA & DFG étant semblables *, *N. 25. leurs côtés sont proportionnels (*a*), donc EF. BC :: FD. DB :: FG. AB. Donc EF + FG. BC + AB :: FD. DB (*b*) : mais, EF + FG = EG, & BC + AB = AC : donc EG. AC :: FD. DB.

De-là, si C est le Soleil, & A son image ; le diamétre IK de l'image du Soleil est au diamétre GH du Soleil même, comme la distance AB de l'image au trou B est à la distance BC de l'Astre au trou. Fig. 5.

EUDOXE. Ici viennent s'offrir deux ou trois Problêmes.

PROBLÉME I.

30. *Recevoir la Lumière du Soleil par un petit trou* B *sur un Plan* A *parallele au Plan apparent de l'Astre.* Fig. 5.

(*a*) Géométrie, N. 150.
(*b*) Calcul Littéral, N. 145.

Ariste. L'expérience apprend que si l'on reçoit les rayons d'un corps lumineux par un petit trou, sur un plan oblique à l'axe AC de la Lumière, les rayons forment sur le Plan la figure d'un cercle allongé, & que les mêmes rayons reçus perpendiculairement tracent sensiblement un vrai cercle.

Cela posé; 1°. Je fais le trou B dans une lame fort mince, afin que les rayons y puissent se croiser.

2°. Je décris sur le Plan plusieurs cercles concentriques.

Si l'image tracée sur le Plan quadre avec un de ces cercles, ce sera un cercle sur le Plan: donc l'axe ou le rayon central AC sera perpendiculaire, & sur le Plan A, & sur le Plan apparent C du Soleil: or si une ligne est perpendiculaire sur deux Plans, les deux Plans sont paralleles (*a*): donc la

(*a*) Géométrie, N. 394.

Lumière sera reçûe sur un Plan parallele au Plan apparent du Soleil.

PROBLÉME II.

31. EUDOXE. *Connoissant le diamétre de l'image du Soleil, reçûe par un petit trou sur un carton, parallele au Plan apparent du Soleil, la distance du carton au trou, & celle du trou au Soleil (a); trouver le diamétre, la circonférence, le grand cercle, la surface & la solidité de cet Astre.* Le Problême est digne de vous.

ARISTE. 1°. Je dis : comme la distance AB de l'image A du Soleil au trou B, est à la distance BC du Soleil C au trou B, ainsi, le diamétre IK de l'image est au diamétre GH du Soleil * ; & le quatrième terme sera le diamétre de cet Astre (b). *Fig. 5.* * N. [illegible]

(b) Trigonométrie, N. 85.
(b) Calcul Littéral, N. 137.

2°. La circonférence du Soleil eſt trois fois ſon diamétre, un peu plus (*a*); ainſi connoiſſant le diamétre, j'aurai la circonférence.

3°. Le produit de la demi-circonférence par le demi-diamétre vaut le grand cercle (*b*): donc ce produit me donnera le grand cercle du Soleil.

4°. La ſurface d'une Sphére eſt quadruple du grand cercle (*c*): par conſéquent le produit du grand cercle du Soleil par 4, en fera la ſurface.

5°. Un Globe vaut le produit de ſon grand cercle par les deux tiers de ſon diamétre (*d*): donc en multipliant le grand cercle du Soleil par les deux tiers de ſon diamétre, j'aurai dans le produit la

(*a*) Géométrie, N. 281.
(*b*) Ibid. N. 277.
(*c*) Ibid. N 398.
(*d*) Ibid. N. 400.

ſolidité

solidité de cet Astre.

PROBLÉME III.

32. EUDOXE. *Observer enfin les taches du Soleil par le moyen d'un rayon reçû par un petit trou.*

ARISTE. 1°. Je place vis-à-vis le trou B dans un endroit obscur, un carton blanc A parallelement au Plan apparent du Soleil *, ensorte que l'image du Soleil soit terminé éxactement par un cercle. Fig. 5. *N. 30.

2°. Si le carton est trop près du trou, l'image de l'Astre sera trop petite ; & les taches dont les images sont proportionnelles à celle de l'Astre, ne paroîtront point. Mais comme la base du Cône lumineux croît à mesure qu'il s'éloigne du sommet, je recule le carton, jusqu'à ce que la base du Cône soit une image assez grande pour présenter aux yeux des images sensibles des taches.

Continuerons nous de suivre le

fil de nos Propositions ?

PROPOSITION XIV.

33. *Si le Plan éclairé est fort petit par rapport à la distance du point lumineux ; les rayons qui tombent sur le Plan, sont sensiblement paralleles.*

Fig. 7. Si la largeur AB d'un Plan éclairé est à la distance AC ou BC au point lumineux C qui l'éclaire, comme 1 à 2000000, les rayons CA, CB tombent sur le Plan comme s'ils étoient paralleles.

L'angle B supposé droit, on trouvera le Sinus de l'angle C en disant : comme AC = 2000000 est à AB = 1, ainsi le Sinus total au Sinus C (*a*) : cet angle se trouve d'une seconde, environ. Ainsi les deux angles A, B, sont sensiblement droits (*b*), & par conséquent les rayons AC & BC sont

(*a*) Trigonométrie, N. 61.
(*b*) Géométrie, N. 22.

sensiblement paralleles (*a*).

PROPOSITION XV.

34. *Un Globe lumineux égal à un Globe opaque, en éclairera par des rayons paralleles la moitié précisément.*

Soient A, centre d'une Sphére lumineuse; B, centre d'une Sphére opaque égale à la Sphére A; CDEK, FGHI, deux grands cercles des Sphéres, coupant les deux centres A & B; AB, ligne qui joint les deux centres; CE, FH, diamétres égaux, & perpendiculaires sur AB; GF, EH, lignes droites, tirées des extrémités C, E, d'un diamétre, sur les extrémités F, H, de l'autre. Fig. 8.

Je dis que la Sphére lumineuse A éclaire précisément la moitié de la Sphére B.

1°. Les lignes AC, BF, sont égales, étant rayons de cercles

(*a*) Géométrie, N. 44.

égaux ; & elles ſont parallèles, puiſqu'elles ſont perpendiculaires ſur AB, par la conſtruction (*a*). Donc AB, CF, EH ſont paralleles & perpendiculaires (*b*) : donc CF & EH ſont Tangentes (*c*).

2°. Les Tangentes CF, EH ne touchent le cercle FGHI qu'en un point, chacune (*d*) : donc elles ne touchent point le demi-cercle FIH.

Or le cercle lumineux CDEK agit ſur le cercle FGHI, ſuivant les Tangentes CF, EH, & parallelement à ces Tangentes : donc il éclaire préciſément le demi-cercle FGH.

Il faut en dire autant par la même raiſon des autres cercles, qui font les deux Sphéres.

Donc la Sphére lumineuſe A

(*a*) Géométrie, N. 44.
(*b*) Ibid. N. 41. 27.
(*c*) Ibid. N. 79.
(*d*) Ibid. N. 80.

éclaire précisément la moitié de la Sphére égale B.

PROPOSITION XVI.

35. *Si la Sphére lumineuse est plus grande que la Sphére opaque, la partie qui éclaire, est moindre que la moitié de la Sphére lumineuse, & la partie éclairée est plus grande que la moitié de la Sphére opaque.*

Soient A, centre de la Sphére lumineuse; B, centre de la Sphére opaque. Fig. 9.

Il suffit de prouver que l'arc CFH est plus petit que le demi-cercle KFL; & l'arc DGI, plus grand que le demi-cercle MGN: car CFH sera, en tournant, la partie qui éclaire; & DGI, la partie éclairée.

Je dis donc que CFH < KFL; & DGI > MGN.

D'abord le rayon CDE est Tangente commune, touchant les deux cercles sans les couper:

donc les rayons AC , BD ſont perpendiculaires ſur CDE, & les angles ACE, BDE ſont décrits (*a*).

Et puiſque BD $<$ AC dans l'hypothèſe, la Tangente CDE & la ligne ABE qui paſſe par les deux centres A, B, étant convergentes, ſe rencontreront en E.

Cela ſuppoſé 1°. Comme les angles ACE, BDE ſont droits, les angles CAE, DBE ſont aigus (*b*), & le complément ABD eſt obtus (*c*) : donc l'arc CF eſt moindre que le quart de cercle FK, & l'arc DG, plus grand que le quart MG.

2°. Par la même raiſon, FH $<$ FL, & GI $>$ GN.

Donc l'arc total CFH eſt moindre que le demi-cercle ; & l'arc total DGI, plus grand que le demi-cercle.

(*a*) Géométrie, N. 79 & 95.
(*b*) Ibid. N. 122.
(*c*) Ibid. N. 97.

36. *Eudoxe*. Ainſi le Soleil étant plus grand que la Lune ou la Terre, il éclaire plus d'un Hémiſphére, ſoit de la Lune, ſoit de la Terre; & par le même principe, ſi le Globe lumineux eſt plus petit que le Globe opaque, une partie DGI plus grande que la moitié MGN de celui-là éclaire une partie CFH plus petite que la moitié KFL de celui-ci. Fig. 9.

37. *Mais, Ariſte, connoiſſant les demi-diamétres du Globe lumineux plus grand* A, *& du Globe opaque plus petit* B, *avec la diſtance* AB *des centres; il faut trouver la grandeur de la partie qui éclaire, & la grandeur de la partie éclairée.* Fig. 9.

Ariste. 1°. Je tire PB parallele à CD. Comme BD & PC ſont perpendiculaires ſur CD, & par conſéquent paralleles (*a*), entre deux paralleles PB, CD; BD =

(*a*) Géométrie, N. 44.

PC (*a*) : donc PA est la différence connue des rayons connus AC, & BD.

2°. BD, qui est perpendiculaire sur CD, l'étant de même sur PB parallele à CD (*b*), DS sera quart de cercle (*c*); & par conséquent SG sera l'éxcès de la moitié de la partie éclairée au-dessus du quart de cercle.

3°. Connoissant dans le Triangle APB, rectangle en P, la différence PA, & la distance AB des centres A & B, je connois l'angle ABP (*d*), dont la mesure est l'arc SG; & connoissant DS + SG, je connois la moitié de la partie éclairée, & par conséquent la partie entiére DGI.

Enfin, connoissant l'angle PBA, avec l'angle droit APB, je con-

(*a*) Géométrie, N. 40.
(*b*) Ibid. N. 46.
(*c*) Ibid. N. 93.
(*d*) Trigonométrie, N. 15.

nois l'angle PAB, qui a pour mesure l'arc CF; & dès que l'on connoît la moitié CF de l'arc CFH qui éclaire, on connoît l'arc entier.

Eudoxe. Et par là l'on trouvera l'éxcès que le Soleil éclaire au-dessus de l'Hémisphére dans la Lune & dans la Terre.

Ariste. Si le Globe lumineux est le plus petit, on déterminera de même la grandeur de la partie qui éclaire, ou de la partie éclairée.

Proposition XVII.

38. *Si le Globe lumineux* A *qui est plus grand, est aussi plus proche, la partie éclairée* DGL *en est plus grande, & la partie* CFH *qui l'éclaire en est plus petite.* Fig. 9.

1°. Comme AB est à AP, ainsi le Sinus total est au Sinus de l'angle ABP ou de l'arc SG (*a*): donc

(*a*) Trigonométrie, N. 60.

si la distance AB diminue, la différence AP demeurant la même, la raison du Sinus total au Sinus de l'arc SG diminue, & par conséquent le Sinus de larc SG croissant, l'arc SG croît; & puisque la différence SG de la moitié DSG de la partie éclairée au quart DS augmente, il faut que la partie éclairée DGI en soit plus grande.

2°. Mais tandis que l'arc SG, & par conséquent l'angle opposé GBS = PBA croît, l'angle APB demeurant droit, l'angle CAF, & par conséquent l'arc CF diminue (*a*). Donc l'arc CFH, ou le segment qui éclaire, en est plus petit.

EUDOXE. *Ainsi, dans la Pleine-Lune le segment de la Lune éclairé sera plus petit, la Lune étant plus éloignée; dans la Nouvelle-Lune le segment éclairé sera plus grand, mais*

(*a*) Géométrie, N. 93.

tourné vers le Soleil sans nous regarder.

Ariste. Par la même raison, si un Globe lumineux plus petit B, est aussi plus proche, la partie qui éclaire, en est plus grande ; & la partie éclairée, plus petite.

Enfin, les rayons de la Lumière qui s'éloigne de sa source & se répand sur les objets, se rompent souvent & se détournent dans le passage d'un milieu dans un autre, de l'eau, par exemple, dans le verre, ou du verre dans l'eau ; & c'est la réfraction de la Lumière (*a*). Voulez-vous, Eudoxe, que nous essayons au premier jour de suivre la Lumière jusques dans ses routes les plus obliques ?

Eudoxe. Je vous accompagnerai volontiers, Ariste, jusques dans ces espèces de Labyrinthes.

(*a*) La connoissance des Réfractions, c'est la *Dioptrique*.

II. ENTRETIEN.

Sur les Réfractions en général.

EUDOXE. HE bien, Ariste, nous allons donc suivre dans leurs détours des rayons infiniment déliés, & qui vont avec la rapidité même de l'éclair.

ARISTE. Ces rayons laisseront des traces de Lumière ou des points lumineux qui serviront à démêler leur action & leurs jeux divers dans les milieux différents. Commençons par quelques observations fondées sur l'expérience, & par quelques Définitions pour s'expliquer plus nettement.

I.

Fig. 10. 39. La rayon HBI qui passe perpendiculairement d'un milieu

dans un autre, de l'air, par exemple, dans l'eau, de l'eau dans l'air ne se rompt pas.

I I.

40. Mais le rayon AB qui passe obliquement d'un milieu plus rare dans un milieu plus dense, de l'air dans l'eau, ou de l'eau dans le verre, ou du verre dans le crystal; au lieu de suivre la ligne droite ABK, se rompt dans le passage B & décrit une ligne BG, plus proche de la perpendiculaire HBI.

I I I.

41. Au contraire le rayon GB qui passe obliquement d'un milieu plus dense dans un milieu plus rare, du crystal dans le verre, du verre dans l'eau; au lieu de suivre la ligne droite GBL, se rompt en s'éloignant de la perpendiculaire HBI, pour enfiler une ligne plus Fig.10.

approchante de la parallele, ou de l'horisontale DBC (*a*).

DEFINITIONS.

Fig. 10. 42. *La ligne ou le rayon d'incidence* AB, est le rayon droit qui tombe sur la surface CBD qui doit le rompre.

43. *Le rayon rompu, ou la ligne de réfraction* BG, est le rayon considéré dans le milieu qui l'a rompu, & depuis le point B où il s'est rompu.

44. *Le point d'incidence ou de réfraction* B, est le point où le rayon d'incidence AB & le rayon rompu BG font un angle ABG.

(*a*) S'il arrive que dans le passage de l'eau froide dans l'eau bouillante, ou dans l'esprit de vin, plus rare, le rayon rompu ne laisse pas d'approcher de la perpendiculaire ; c'est que la chaleur ayant chassé beaucoup d'air de l'esprit de vin, ou de l'eau chaude, le rayon y trouve un accès plus facile. Aussi la réfraction se trouve plus grande dans l'eau purgée d'air.

45. *Le Plan de réfraction* ABG eſt celui où ſe trouvent le rayon d'incidence AB & le rayon rompu BG.

46. J'appelle *ſurface réfractive* CBD celle où le rayon ſe rompt.

47. *L'axe d'incidence* eſt la perpendiculaire HB qui va du premier milieu couper la ſurface réfractive CBD au point de réfraction B; *l'axe de réfraction* eſt la perpendiculaire IB qui va du ſecond milieu couper la même ſurface au même point B. HB, ou IB peut être l'un ou l'autre également.

48. *L'angle d'inclinaiſon* ABH eſt l'angle fait par le rayon d'incidence AB avec l'axe d'incidence HB.

49. *L'angle d'incidence* ABD eſt eſt l'angle fait par le rayon d'incidence AB & la ſurface refringente CD. *L'angle de réfraction* KBG eſt l'angle fait par le rayon rom-

du BG avec le prolongement direct BK du rayon d'incidence AB. *L'angle rompu* GBI est l'angle formé par le rayon rompu BG avec l'axe de réfraction IB.

50. *La réfraction en approchant de la perpendiculaire* est celle où le rayon rompu BG se trouve plus près de l'axe de réfraction IB que le prolongement BK du rayon d'incidence AB. *La réfraction en s'éloignant de la perpendiculaire* est celle où le rayon rompu BA se trouve plus loin de l'axe de réfraction BH, que le prolongement BL du rayon d'incidence

*N.47. BG *.

51. Enfin, le *Foyer* est le point où les rayons rompus se réunissent.

52. EUDOXE. *Mais, Ariste, comment trouvez-vous la valeur de l'angle d'inclinaison, de l'angle rompu, de l'angle de réfraction, de l'angle d'incidence?*

ARISTE.

Ariste. Soit un ais A E perpen- *Fig. 1.*
diculaire à un Plan BC, & oppo-
sé au Soleil D.

Si le rayon DG vient raser l'ais AE, l'ombre BC sera terminée en C par le rayon droit DC *. *N. 10.

Derriere cet ais AE; je mets un Cube de verre ECFG aussi haut que l'ais AE; & l'ombre se termine en H. Ainsi GH est le rayon rompu; GC, le prolongement direct du rayon d'incidence DG: donc EGH est l'angle rompu = LGI opposé au sommet; CGH, l'angle de réfraction *, & EGC = DGL, *N. 49. l'angle d'inclinaison *. *N. 48.

Cela posé; je mesure les lignes CE, HE sur une échelle bien divisée (*a*), & connoissant les côtés EG & CE du Triangle ECG rectangle en E, avec les côtés EG, HE, du Triangle rectangle EGH, je trouve l'angle d'inclinaison

(*a*) Trigonométrie, N. 98.

EGC = DGL par la Trigonométrie (*a*), en disant GE. EC : : Sinus total. Tangente ; je trouve de même l'angle rompu EGH. Puis ôtant de l'angle d'inclinaison EG-C, l'angle rompu EGH, j'ai dans le reste l'angle de réfraction CGH = DGI.

Enfin le complément de l'angle d'inclinaison DGL = EGC sera l'angle d'incidence.

Au lieu d'un Cube de verre, on peut employer un Cube d'eau.

53. De-là, 1°. au passage du rayon de l'air dans le verre, la raison du Sinus CE de l'angle d'inclinaison EGC = DGL au Sinus HE de l'angle rompu EGH est constamment la même, c'est-à-dire, comme 3 à 2 (*b*) ; ainsi le Sinus de l'angle rompu sera au Sinus de l'inclinaison, comme 2 à 3, & par conséquent plus l'inclinai-

(*a*) Trigonométrie, N. *66*.
(*b*) Newton & Huguens l'ont trouvé telle.

son est grande, plus l'angle rompu est grand, puisque le Sinus de celle-là croissant, le Sinus de celui-ci croît.

54. 2°. L'angle d'inclinaison EGC qui comprend l'angle rompu EGH & l'angle de réfraction CGH, étant à l'angle rompu comme 3 à 2, l'angle rompu EGH est à l'angle de réfraction CGH, comme 2 à 1. Ainsi l'angle rompu est double de l'angle de réfraction.

55. 3°. Au passage de l'air dans l'eau, le Sinus de l'angle d'inclinaison est au Sinus de l'angle rompu, comme 4 à 3 (*a*) Ainsi, dans

(*a*) Au passage de l'air dans l'eau de pluye, Descartes a trouvé la raison du Sinus de l'inclinaison au Sinus de l'angle rompu, comme 250 à 187, c'est-à-dire, comme 4 à 3, à peu près.

Newton qui reconnoît différentes refrangibilités dans les rayons, veut que les rapports des angles d'inclinaison, des angles rompus & des angles de réfraction trouvés par les autres, s'entendent des rayons moyens, comme les rayons verds; mais il trouve la diffé-

ce passage l'angle rompu sera à l'angle de réfraction, comme 3 à 1.

56. 4°. Si au passage de l'air dans le verre, l'angle d'inclinaison EGC = DGL est au-dessous de 20 dégrés, l'angle de réfraction CGH sera la troisième partie de l'inclinaison, ou à peu près: mais si l'inclinaison est de 30 dégrés, l'angle de réfraction excède d'un dégré 31″ la troisième partie de l'inclinaison; & l'excès croît dans la suite.

Ainsi, tandis que l'angle d'inclinaison est au dessous de 20 dégrés, le rayon rompu s'approche de l'axe, de la troisième partie, à peu près, de l'angle d'inclinaison; il en approche plus au-dessus de 30 dégrés.

Cela posé;

rence si petite, que rarement elle paroît mériter attention.

PROPOSITION I.

57. *Si le rayon* AB *passe dans un milieu plus dense, l'angle rompu* GBI *est moindre que l'angle d'inclinaison* ABH. Fig. 10.

Je dis donc que l'angle GBI < ABH.

L'angle KBI = ABH opposé au sommet. Or l'angle GBI < KBI *, puisque le rayon passant dans un milieu plus dense, au lieu de suivre la ligne droite ABK, s'approche de la perpendiculaire IB. * N. 40.

Donc l'angle GBI < ABH.

PROPOSITION II.

58. *Si le rayon* GB *passe dans un milieu moins dense; l'angle rompu* ABH *est plus grand que l'angle d'inclinaison* GBI.

Je dis donc que l'angle ABH > GBI.

L'angle ABH > HBL *, puisque le rayon GB passant dans un milieu moins dense, au lieu de * N. 41.

ſuivre la ligne droite GBL, s'écarte de la perpendiculaire HB vers A.

Proposition III.

59. *Qu'un rayon entre dans un milieu par un point, ou qu'il en ſorte par le même point, l'angle d'inclinaiſon dans le premier cas eſt angle rompu dans le ſecond, comme l'angle d'inclinaiſon dans le ſecond eſt angle rompu dans le premier.*

Fig. 10. Que l'angle ABH ſoit angle d'inclinaiſon dans le premier cas, & l'angle GBI, angle rompu: je dis que l'angle GBI ſuppoſé angle d'inclinaiſon dans le ſecond cas, l'angle ABH ſera l'angle rompu.

L'obſtacle en B au prolongement direct BK ou BL étant le même, il détournera autant BA de BL, que BG de BK: donc l'angle de réfraction ABL = GBK. D'ailleurs l'angle LBH =

GBI opposé au sommet : donc l'angle ABH = KBI sera l'angle rompu.

Eudoxe. Aussi, que les rayons d'une Bougie allumée traversant du crystal tombent sur un endroit après la réfraction : si l'on porte la bougie dans cet endroit, on voit les rayons réunis, après la réfraction, dans celui où la Bougie étoit d'abord.

60. *Ariste.* Et par conséquent, puisque dans le passage de l'air dans le verre, le Sinus HA = KI de l'angle d'inclinaison est au Sinus HL = GI de l'angle rompu, comme 3 à 2 *; & de l'air dans l'eau, comme 4 à 3 *: au passage du verre dans l'air, le Sinus GI de l'inclinaison sera au Sinus HA de l'angle rompu, comme 2 à 3 ; & de l'eau dans l'air, comme 3 à 4. *Fig. 10.* * *N. 53.* * *N. 54.*

D'ailleurs, comme le Sinus de l'angle GBI est double du Sinus

de l'angle GBK = ABL, au passage du verre dans l'air le Sinus de l'inclinaison GBI sera double du Sinus de l'angle de réfraction ABL.

61. Enfin, *connoissant un angle d'inclinaison & l'angle rompu correspondant*; faut-il *trouver la raison du Sinus d'un angle d'inclinaison quelconque à l'angle rompu, dans les réfractions au passage de l'air dans l'eau ou dans le verre, du verre ou de l'eau dans l'air?*

Je fais une régle de trois, & je dis : comme le Sinus de l'inclinaison connue est au Sinus de l'angle rompu correspondant & connu, ainsi le Sinus de l'inclinaison donnée à l'angle rompu qu'on cherche ; & le quatrième
*N. 60. terme est cet angle rompu * : car au passage de l'air dans le verre, le Sinus de l'inclinaison est constamment comme 3 à 2 ; du verre dans l'air, comme 2 à 3 ; de l'air dans

dans l'eau, comme 4 à 3 ; de l'eau dans l'air, comme 3 à 4.

Après cela ne pouvons-nous point éxaminer les réfractions particuliéres des rayons dans les surfaces planes ?

Eudoxe. Je compte bien que nous le ferons dès demain.

III. ENTRETIEN.

Sur la Réfraction dans les Surfaces planes, ou sphériques.

Eudoxe. Vous voyez ces traits divers, Eudoxe.

Eudoxe. Et je vois dans ces traits, ce semble, les inflexions, les directions, les mouvemens des rayons rompus dans les différentes Surfaces.

Ariste. Et ce que ces traits ne font que désigner, quelques Pro-

positions l'exprimeront un peu plus distinctement.

Proposition I.

Fig. 12. 62. *Si deux rayons paralleles* AD, BE, *tombent obliquement sur un Plan réfractif* LF, *ils demeureront paralleles après la réfraction.*

Je dis que les rayons rompus DM & EC sont paralleles.

Les angles d'incidence ADE, BEF sont égaux (*a*) ; & par conséquent les angles d'inclinaison ADG, BEH, qui sont leurs complémens : donc les Sinus AG, BH, ont même raison aux Sinus MI, CK, des angles rompus
*N. 60. MDI, CEK * : ainsi, les angles MDI, CEK, ayant même raison à deux grandeurs égales, sont égaux (*b*) : donc les angles aigus LDM, DEC, étant complémens d'angles égaux, sont égaux :

(*a*) Géométrie, N. 104.
(*b*) Calcul Littéral, N. 106.

donc les rayons rompus DM & EC sont paralleles.

De-là, si l'on présente obliquement au Soleil un Verre plan de deux côtés, les rayons en sortent paralleles comme ils y sont entrés, & avec même inclinaison.

PROPOSITION II.

Fig. 13. Un rayon est perpendiculaire à une Surface courbe, quand il est perpendiculaire à un Plan tangent au point de réfraction.

Si BC est perpendiculaire au Plan DE, qui touche la Surface courbe KCL au point C, je dis que BC est perpendiculaire à la Surface KCL, qu'il ne panche pas plus d'un côté que de l'autre, ou que l'angle mixte KCH = LCI. Fig. 13

Soit la Tangente CI = CH.

Les angles HCM, ICM, faits par la perpendiculaire continuée BCM étant droits, & par

conséquent égaux (*a*), & les côtés CH, CM, & CI, CM, qui les comprennent, égaux ; les Triangles CHM, CIM sont égaux (*b*) : donc l'angle CMH
N. 39. = CMI, donc l'arc CK=CL, donc le Secteur MCK=MCL(*c*): donc le Segment CKH = CLI ; & par conséquent l'angle KCH = LCI.

64. De-là, un rayon perpendiculaire à la Surface d'une Sphére passe par le centre ; & s'il passe par le centre, il est perpendiculaire à la Surface. Ainsi, il ne se
N. 39. rompt point.

Proposition III.

65. Un rayon qui tombe obliquement sur une Surface sphérique, convexe ou concave, se rompt, comme

(*a*) Géométrie, N. 95.
(*b*) Ibid. N. 136.
(*c*) Ibid. N. 284.

s'il tomboit sur un Plan tangent au point d'incidence.

Comme la ligne circulaire est composée de lignes droites infiniment petites (*a*), la Surface sphérique est composée de Surfaces planes infiniment petites. Cela supposé; la Surface sphérique & le Plan tangent, ont une partie commune infiniment petite. Or le rayon infiniment délié se rompt dans cette partie commune: donc il se rompt comme s'il tomboit sur un Plan tangent au point d'incidence.

PROPOSITION IV.

66. *Le rayon* AB *qui passe d'un milieu moins dense dans une Sphére parallelement à l'axe* CDF *de la Sphére, la rencontre après une simple réfraction au-delà du centre* E. Fig. 14.

1°. Le demi-diamétre EB qui va du centre E au point de réfrac-

(*a*) Géométrie, N. 284.

tion B, est perpendiculaire à la
*N.64. Surface GDH * : donc EBK est
*N.47. l'axe de réfraction * : donc le
rayon parallele AB qui tend d'abord directement vers I, s'approchant, après la réfraction, de l'axe
*N.40. de réfraction EBK *, tend vers l'axe CDF de la Sphére, & le rencontre enfin.

2°. L'angle de réfraction FBI est plus petit que l'angle d'incli-
*N.48. & 56. naison EBI = ABK *. Donc le rayon rompu BF faisant avec l'axe de réfraction EB un angle FBE, doit rencontrer l'axe CDF de la Sphére au-delà du centre E, sçavoir en F, ou environ.

67. *Eudoxe.* Ici deux Problêmes viennent s'offrir, ce semble.

PROBLÊME I.

Fig. 14. *Connoissant la distance* BL = AC *du point de réfraction* B *à l'axe* CF *d'une Sphére transparante, avec son*

demi-diamétre ED = EB; *trouver le point* F *où le rayon* AB *qui vient du milieu plus rare parallelement à l'axe* CF, *doit rencontrer l'axe même après une seule réfraction.*

ARISTE. 1°. L'angle en L est droit, puisque BL, mesure de la distance, est supposée perpendiculaire sur CF (*a*). Ainsi connoissant les côtés BL & EB, je connoîtrai par la Trigonométrie (*b*) le côté EL & l'angle LEB = EBI alterne = ABK opposé au sommet & angle d'inclinaison *. *N. 48.

2°. Comme je connois la raison du Sinus de l'angle d'inclinaison au Sinus de l'angle rompu, connoissant l'angle d'inclinaison ABK, j'aurai par une régle de trois le Sinus de l'angle rompu EBF *. *N. 61.

3°. Connoissant les angles BLF, LBE, EBF, je connois & l'angle LBF composé des angles con-

(*a*) Géométrie, N. 34.
(*b*) Trigonométrie, N. 65.

nus LBE, EBF, & par conséquent l'angle BFL (a).

Enfin, connoissant les angles du Triangle FBL avec un côté BL, je connois le côté LF (b), qui avec DL, reste du demi-diamétre connu ED, me donne le point de rencontre F.

PROBLÉME II.

Fig. 14. 68. EUDOXE. *Trouver dans la même hypothèse, la distance* FE *du point de rencontre* F *au centre* E.

ARISTE. De DF connue, j'ôte le demi-diamétre connu ED; & le reste est la distance FE qu'il falloit trouver.

PROPOSITION V.

69. *Le rayon qui tombe de l'air sur une Surface sphérique de Verre parallelement à l'axe, doit rencontrer l'axe à la distance d'un diamétre*

(a) Géométrie, N. 122.
(b) Trigonométrie, N. 64.

& demi, si l'on n'a égard qu'à la réfraction qui se fait au passage de l'air dans le Verre.

Soient BC rayon d'incidence parallele à l'axe MHF; BCD = ECG, angle d'inclinaison; FCG angle rompu, dont le Sinus est au Sinus de l'inclinaison comme 2 à 3 *; enfin, ECF angle de réfraction, troisième partie de l'inclinaison puisque l'angle FCG en comprend deux; BCF rayon rompu rencontrant l'axe en F; GH = CG, demi-diamétre de la Surface sphérique. *Fig. 13.* *N. 53.*

Je dis que FH = 3GH.

Le Sinus de l'angle CFG = ECF alterne (*a*) est la moitié du Sinus de l'angle rompu FCG: or ces angles aigus sont comme leurs Sinus, ou à peu près (*b*); & leurs Sinus sont comme leurs cô-

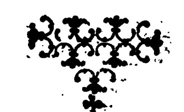
(*a*) Géométrie, N. 101.
(*b*) Ibid. N. 88.

tés opposés (c) : donc CG = GH sera moitié de GF : donc si l'on ajoute GH à GF, la toute FH sera triple du demi-diamétre CG = GH, ou FH = 3GH.

Enfin, de la réfraction dans les Surfaces planes ou sphériques, mes idées me conduisent à la réfraction dans les Verres plans-convexes.

EUDOXE. Et je vous suis toujours volontiers : mais quelquefois un peu de repos fait qu'on avance plus.

(c) Trigonométrie, N. 61.



IV. ENTRETIEN.

Sur la Réfraction dans les Verres plan-convexes.

EUDOXE. VOUS comptiez peut-être, Ariste, sur un loisir de quelques jours; & il faut dès aujourd'hui vous expliquer sur les Verres plan-convexes.

ARISTE. Vous êtes toujours attentif, Eudoxe, à me mettre sur les choses qui me font quelque plaisir. Expliquons-nous donc.

70. *Verre plan-convexe*, est un Verre dont une Surface est plane & l'autre convexe.

71. *Lentille* est un Verre de figure lenticulaire. On imagine la Lentille dans la Sphére dont elle fait partie. La partie de l'axe total, laquelle traverse la Lentille,

en est l'axe ; c'est la ligne qui mesure sa plus grande épaisseur. Le *Foyer* de la Lentille est le point, où elle réunit les rayons. Le Verre plan convexe est une sorte de Lentille à cause de sa convéxité. Cela posé ;

PROPOSITION I.

Fig. 16. 72. *Dans un Verre plan-convexe* ABC, *l'arc* CE *compris entre l'axe* FC *& un rayon* DEH *parallele à l'axe, est la mesure de l'angle d'inclinaison* GEH = DEF.

Soit l'axe d'incidence GEF : ainsi GEH sera angle d'inclinaison *.

*N. 48. Et je dis que l'arc CE est mesure de l'angle GEH.

L'angle GEH = DEF opposé au sommet ; & l'angle DEF = EFC alterne (*a*) : or l'arc CE est mesure de l'angle au centre

(*a*) Géométrie, N. 101.

EFC (b) : donc l'arc CE est mesure de l'angle GEH.

PROPOSITION II.

73. *Dans le Verre plan-convexe, le rayon qui tombe sur le Plan parallelement à l'axe, va rencontrer l'axe après la refraction.*

Soit BCD, Verre plan-convexe, ayant le Plan AD opposé directement au Soleil, ou à un autre objet lumineux; EC axe de la convexité prolongé en G; FB, rayon parallele à l'axe & perpendiculaire sur AD. Fig. 17.

Je dis que le rayon FB, rompu en B, rencontrera l'axe prolongé ECG.

1°. Le rayon FB, parallele à l'axe perpendiculaire ECG, tombant perpendiculairement sur une Surface plane, passe sans se rompre jusqu'à la Surface convexe *. *N. 39.

2°. Mais FB passant enfin d'un

(a) Géométrie, N. 93.

milieu plus dense dans un milieu plus rare, au lieu d'aller droit en K, s'éloigne de la perpendicu-
*N.41. laire LBI *, faisant un angle GBK avec le prolongement direct BK, & s'approchant de l'axe ECG : donc FB va rencontrer ECG après la réfraction.

PROPOSITION III.

Fig.17. 74. *Dans le Verre plan-convexe, quand le rayon* FB *qui tombe sur le Plan parallelement à l'axe* ECG, *rencontre l'axe, la distance* GC *du point de rencontre* G *à la Surface réfractive, est double du demi-diametre* CI *de la convexité* BCD, *ou à peu près.*

Je dis que GC = 2CI.

Au passage du Verre dans l'air, le Sinus de l'angle d'inclinaison KBL = FBI est double du Sinus de l'angle de réfraction KBG =
*N.60. BGC alterne * : donc le Sinus de l'angle rompu LBG, supplément

de l'obtus GBI, eſt au Sinus de l'angle BGC comme 3 à 1. Mais dans le Triangle obtus-angle BIG, le côté GCI eſt au côté BI=CI, comme le Sinus du ſupplément LBG au Sinus de l'angle BGC (a).

Donc GCI. CI : : 3. 1. Donc GC = 2CI.

75. De-là, 1°. Le point de rencontre, ou le Foyer G, ſe trouve à un diamétre de la Surface convexe BCD. *Fig.*17.

76. 2°. Un rayon parti du Foyer G & rompu en B par la Surface convexe de la demi-Lentille, ſortira parallelement à l'axe GCE : puiſqu'il ſera comme le rayon rompu, qui revenant ſur ſes pas reprend ſa premiére direction *. *N.*53.

77. EUDOXE. Et par conſéquent, ſi les rayons partis d'un point qui ſoit à la diſtance d'un diamétre de la Surface convexe oppoſée du Verre plan-convexe,

(a) Trigonométrie, N. 61, 63.

viennent obliquement se rompre dans la Surface, ils seront paralleles à l'axe après la réfraction.

Ariste. La conséquence me paroît juste.

PROPOSITION IV.

78. *Dans le Verre plan-convexe, qui présente sa convexité à l'objet, au Soleil par exemple, les rayons paralleles à l'axe, vont rencontrer l'axe à l'extrémité du diamétre, ou environ, après deux réfractions, l'une en entrant, l'autre en sortant.*

Fig. 18. Soient ECD Verre plan-convexe, dont la convexité EDO regarde le Soleil; FC+CL, rayon d'incidence prolongé, parallele à NMP, parallele à l'axe GK de la convexité; HCI, axe d'incidence ou de réfraction; FCI=HCL, angle d'inclinaison; KCL, angle de réfraction fait au passage C de l'air dans le
* N. 49. Verre*; KMP=KCL, à cause

se de l'oblique CM coupant deux paralleles (a); QKM = KMP alterne (b) = CMN opposé au sommet, & angle d'inclinaison au passage M du Verre dans l'air; QMK, angle de réfraction; K, point de rencontre à l'extrémité du diamétre & demi DK, après la réfraction au passage de l'air dans le Verre*; Q, point de rencontre, après la réfraction au passage du Verre dans l'air: *N. 59.

Je dis que QD est le diamétre, ou à peu près.

Au passage du Verre dans l'air, le Sinus de l'inclinaison QKM = KMP = CMN, est double du Sinus de la réfraction QMK*: donc dans le Triangle MQK, le côté QM est double de QK (c). *N. 60.

Or QM = QD, il n'y a guéres de différence qu'une petite partie

(a) Géométrie, N. 121.
(b) Trigonométrie, N. 61.
(c) Ibid. N. 61.

de l'épaisseur de la Lentille. Donc QD=2QK : donc KD=3QK :

Mais KD ou DK vaut trois demi-diamétres, ou un diamétre & demi. Donc QD vaut deux demi-diamétres : donc QD est le diamétre, ou à peu près.

79. *EUDOXE*. En un mot, les rayons qui tombent parallelement à l'axe sur la Surface convexe d'un Verre plan-convexe rencontreront l'axe à la distance d'un diamétre & demi *, par l'efficace de la première réfraction ; par la seconde réfraction, à la distance du diamétre, ou à peu près, comme il arrive lorsque les rayons tombent parallelement sur le Plan * : mais, Ariste, si le Verre est convexe des deux côtés . . .

*N. 69.

*N. 74.

ARISTE. C'est le sujet d'un Entretien, & une occasion de vous revoir : car je ménage & multiplie ces occasions autant que je le puis.

V. ENTRETIEN.

Sur la Réfraction dans les Verres convexes des deux côtés.

EUDOXE. VOus sçavez, Ariste, de quoi il est question. Venons d'abord au fait.

ARISTE. Volontiers.

PROPOSITION I.

80. *Un Verre également convexe des deux côtés réunit les rayons, paralleles à l'axe, autour du centre de sa convexité.*

Soit BLDS, Verre convexe *Fig. 19.* également des deux côtés, & formé de deux segmens de Sphéres égales.

Je dis que le point H, où le rayon EC parallele à l'axe FG, rencontrera l'axe, après deux réfractions, est le centre de l'arc

BLD, ou que HL eſt demi-diamétre, à peu près.

1°. Par la première réfraction ſeule au paſſage C de l'air dans le Verre, le rayon EC rencontreroit l'axe au point G, enſorte que
*N.69. GL ſeroit diamétre & demi *.

2°. Regardons BKD comme une ſurface plane de la moitié B-DL de la Lentille : l'angle d'in-
*N.48 clinaiſon en K ſera CKN * = MKG oppoſé au ſommet ; & l'angle GKO, ſera angle de réfrac-
*N.78. tion, moitié de l'inclinaiſon *; OL, diamétre.

3°. Du centre F de l'arc BSD, je tire FKR : l'angle d'inclinaiſon
*N.48. GKR * > MKG de la valeur de l'angle MKR = NKF, oppoſé au ſommet, = KFH alterne, = F-HK (*a*), les lignes HK & FK ſuppoſées partir des centres, étant égales, du moins ſenſiblement.

(*a*) Géométrie, N. 136.

4°. A la ſortie du verre, l'angle de réfraction eſt la moitié de l'inclinaiſon* : donc à cauſe de la convexité BSD, l'angle de réfraction doit croître au-deſſus de la réfraction OKG qui ſeroit cauſée par la ſurface plane BKD, de la moitié de l'angle MKR = NKF oppoſé au ſommet, = KFH alterne, = FHK. *N. 60.

Donc l'angle de réfraction HKO qui doit être la moitié de l'inclinaiſon MKR = FHK*, ſera la moitié de l'angle FHK : donc l'angle HOK ſera auſſi moitié de l'angle extérieur FHK (a), puiſque l'angle extérieur FHK vaut les deux intérieurs HKO, HOK, donc le côté KH = HO. *N. 60.

Mais KH = HL, la différence, l'épaiſſeur même de la Lentille étant comptée pour rien : donc HL = HO.

Donc HO eſt demi-diamétre,

(a) Géométrie, N. 129.

ou la moitié du diamétre LO, & par conséquent HL demi-diamétre.

81. *EUDOXE.* De-là, si les rayons viennent du centre ou du Foyer H, les rayons rompus seront paralleles à l'axe.

ARISTE. HC deviendra CE.

PROPOSITION II.

82. *Dans un Verre convexe des deux côtés, les rayons qui viennent de l'extrémité d'un diamétre, se réuniront à l'extrémité de l'autre.*

Fig. 20. Soit BCDIEH, Verre convexe des deux côtés; CG diamétre du Segment BCD; EF, diamétre du Segment HEI; F, Corps lumineux: je dis que les rayons FB, FD, partis de F se réuniront en G.

Dans les demi-Lentilles, ou dans les Verres plans-convexes, les rayons qui viennent de l'extrémité F ou G du diamétre, sortent

du Verre paralleles à l'axe*: donc *N.77.
ils sont paralleles dans la Lentille : donc les rayons rompus BH, DI qui sont paralleles dans la Lentille, venant à sortir par la Surface convexe HEI, se réuniront à l'extrémité du diamétre * : *N.76.
donc les rayons FB, FD partis de F se réuniront en G.

83. EUDOXE. *Ainsi, les rayons partis de plus près, seront, ce semble, plus divergents à la sortie de la Lentille.*

ARISTE. Les rayons ABHC, Fig. 21.
ADIC qui viennent de l'extrémité A d'un diamétre AK, se réunissent à l'extrémité C de l'autre LC*. *N. 82.
Les rayons EBF, EDG, partis de l'extrémité E du demi-diamétre, sortent paralleles *: donc les *N. 81.
rayons partis de plus près seront plus divergents.

PROPOSITION IV.

84. *Une Sphére entiére exposée au Soleil, réunira les rayons hors d'elle-même à la distance de la quatrième partie du diamétre, ou à peu près.*

Fig. 22. Soit ABCD Sphére de Verre; EI, axe de la Sphére, ou rayon passant par le centre F; DG, partie de l'axe égale à la quatriéme partie du diamétre AD, ou à peu près.

Je dis que le rayon HB parallele à l'axe EI rencontrera l'axe au point G; on suppose que HB n'est pas éloigné de l'axe EI.

1°. Par la première réfraction en B, le rayon parallele HB rencontreroit l'axe en I, c'est-à-dire,
* N. 69. à un diamétre & demi *.

2°. Que le rayon rompu BI coupe la circonférence en C: & par C tirez l'axe de réfraction FCK: l'angle BCF = ICK opposé au

sommet

sommet sera angle d'inclinaison * : *N.48.
GCI, angle de réfraction *, sera *N.49.
moitié de l'angle ICK *, puis- *N.60.
qu'au passage du Verre dans l'air, l'angle de réfraction est moitié de l'inclinaison.

3°. L'angle GIC est aussi moitié de ICK : car puisque FD = DI *, & qu'une perpendiculaire *N.69.
CD, tirée de C à l'axe EI tombe sur D, ou presque sur D, il se fera deux Triangles égaux FCD, DCI (*a*) : Donc FC = CI, & l'angle IFC = CIF.

Or l'angle extérieur ICK = IFC + CIF = 2IFC (*b*) : donc l'angle GIC = $\frac{1}{2}$ ICK : donc l'angle GCI, moitié de l'angle ICK, est égal à GIC ; & le côté GI = GC (*c*).

Mais GD = GC, à peu près ; donc DG = GI, à peu près : or

(*a*) Géométrie, N. 136.
(*b*) Ibid. N. 129.
(*c*) Trigonométrie, N. 61.

DI eſt demi-diamétre : donc DG, un peu moindre que GI, eſt un peu moindre que la moitié du demi-diamétre, ou que la quatrième partie du diamétre. Donc le rayon HB rencontrera l'axe hors de la Sphére en G, ou à la quatrième partie du diamétre, à peu près.

PROPOSITION V.

85. *Si un rayon tombe parallelement à l'axe ſur une Sphére plus petite, la réfraction ſera plus grande que s'il tomboit de même ſur une Sphére plus grande.*

Fig. 23. Soient B, point d'incidence dans une Sphére plus petite; M, point d'incidence dans une Sphére plus grande; AMB, rayon parallele à l'axe CD: je dis que la réfraction ſera plus grande en B, qu'en M.

ABK, angle d'inclinaiſon ſur
* N. 48. la Sphére plus petite *, vaut avec

l'angle ABD, deux droits (*a*). AMN = BMD, angle d'inclinaiſon ſur la Sphére plus grande, ne vaut point deux droits avec l'angle ABD, puiſqu'il faut y ajouter l'angle BDM (*b*) : donc l'inclinaiſon ſera plus grande en B, ſur la Sphére plus petite. Or la réfraction répond à l'inclinaiſon, celle-là étant la troiſième partie de celle-ci au paſſage de l'air dans le Verre * : donc la réfraction ſera plus grande en B qu'en M. *N. 52.

86. EUDOXE. *Il ſuit de-là, ce me ſemble, que dans la Sphére plus petite, les rayons rompus en ſortant, ſe réuniront à une moindre diſtance.*

ARISTE. La réfraction IBK à l'entrée B étant plus grande *, l'inclinaiſon BCF = ICK à la ſortie C en eſt plus grande, puiſque l'angle extérieur BCF = ICK vaut les intérieurs oppoſés IBK, Fig. 22. *N. 85.

(*a*) Géométrie, N. 97.

(*b*) Ibid. N. 122.

BKC (*a*) : donc la ſeconde réfraction
*N. 60. tion GCI en ſera plus grande * : donc l'angle DCG en ſera plus petit, & par conſéquent le côté oppoſé DG, plus petit (*b*) : ainſi : le Foyer G ſera plus proche de la Sphére (*c*).

PROPOSITION VI.

87. *Enfin, tous les Verres convexes peignent au Foyer l'image de l'objet dans une ſituation renverſée* (*d*).

Fig. 24. Je dis que le point A, qui eſt à droite dans l'objet AG, doit paroître à gauche en B à la diſtance

(*a*) Géométrie, N. 129.

(*b*) Trigonométrie, N. 61.

(*c*) Le P. Dechalles prétend que les Lentilles Elliptiques ou Paraboliques, ne valent pas mieux que les Sphériques, & que ce que Deſcartes a dit là-deſſus, & les Machines qu'il a décrites à ce ſujet, ſont *bagatelles*, Dupt. L. 1. p. 645.

(*d*) Le Foyer a quelque étenduë, comme on le peut voir dans le cercle lumineux qui paroît au Foyer d'une Lentille préſentée au Soleil.

du Foyer C, dans la baſe BC, tandis que le point G paroîtra en C.

1°. Quand le rayon AD ſera rompu à l'entrée D, l'angle rompu EDF ſera à l'angle d'inclinaiſon ADG comme 2 à 3 *: donc le rayon rompu DE doit ſe trouver à gauche de l'axe GC du Verre convexe. *N.53.

2°. Le rayon EB ſorti du Verre dans l'air, s'éloignant de l'axe de réfraction KH *, continuera de s'éloigner de l'axe GC. *N.41.

3°. Les rayons partis du même point A de l'objet éloigné, venant parallelement tomber ſur le Verre convexe *, ſe réuniſſent autour du Foyer après la ſeconde réfraction *: donc le rayon AI rencontrera le rayon AD en B. *N.33. *N.80.

Donc le point A paroîtra en B, tandis que le point G paroîtra en C, le rayon perpendiculaire n'étant détourné nulle part *. *N.39.

Par la même raison, ce qui est à gauche, ira se peindre à droite.

88. EUDOXE. *Aussi les objets paroissent renversés sur un Carton placé à la distance du Foyer.*

Fig. 25. *ARISTE.* Et si après la première image renversée AB par le premier Verre convexe EF, on place encore un Verre convexe GH, ensorte que l'image AB renversée par le premier, se trouve à l'extrémité de l'un des diamétres du second GH, l'image paroîtra à l'extrémité IK de l'autre diamétre
*N. 82. du second *, dans une situation
*N. 87. renversée *; c'est-à-dire, que l'image renversée par le premier Verre sera redressée par le second.

89. *Enfin, comme le Verre convexe raproche de l'axe les rayons paralleles à l'axe, le Verre concave les en écarte.*

Fig. 26. Car le rayon AB parallele à l'axe CD, tombant obliquement sur la Surface concave EBF se rompt

au paſſage B de l'air dans le Verre; & le rayon rompu BH s'étant rapproché de la perpendiculaire GB + BC*, ſe rompt encore à la ſortie *N 40. H du Verre dans l'air, pour ſuivre une direction HI qui l'éloigne de la perpendiculaire KD*. *N. 41.

Or par ces deux réfractions, le rayon total ABHI s'écarte de l'axe CD.

Eudoxe. Je me trompe, Ariſte; ou ce que nous avons dit nous conduit à l'examen des choſes qui ſe paſſent dans nos yeux au moment de la Viſion.

Ariste. Auſſi dans mon ſyſtême, c'eſt l'œil qui vient s'offrir d'abord, & la Viſion doit être l'objet de notre premier Entretien.



VI. ENTRETIEN.

Sur la Vision

EUDOXE. VOus allez donc, Ariste, démêler le jeu des rayons dans l'œil, & me faire voir ce qui se passe dans le fond de mes yeux, quand je vois.

ARISTE. Ce que l'expérience & la raison sembleront me dire la dessus, je le redirai dans le même ordre. La Physique pourra servir à éclairer les Mathématiques mêmes. Commençons par nous rappeller quelque chose de la structure de l'Œil.

L'Œil est une espéce de globe, un peu allongé, composé d'humeurs & de membranes.

90. Trois sortes d'humeurs dans l'Œil, l'Aqueuse, la Vitrée, la Crystalline.

L'humeur aqueuſe A eſt une matiére fluide, comme l'eau, tranſparente, & qui remplit la partie antérieure de l'Œil. Fig. 27.

L'humeur vitrée B, plus ſolide, plus abondante, & plus tranſparente, occupe la partie poſtérieure de l'Œil.

L'humeur cryſtalline C, plus ſolide que la vitrée, & tranſparente comme le Cryſtal, eſt placée entre la vitrée & l'aqueuſe, & les ligamens Ciliaires DD.

Le Cryſtallin eſt aſſez convexe des deux côtés, ſphérique par devant, un peu plus pointu par derriere.

La figure de l'humeur aqueuſe eſt convexe par devant, concave par derriere pour s'accommoder à la figure du Cryſtallin.

La figure de l'humeur vitrée eſt convexe par derriere, concave par devant pour contenir la partie poſtérieure du Cryſtallin.

91. Autour des humeurs, on distingue plusieurs membranes, surtout la Cornée, la Choroïde, la Rétine.

La Cornée a deux parties, la postérieure EE est opaque & dure; l'antérieure FF qui est figurée en portion de Sphére, est transparente comme de la Corne.

La partie antérieure HH de la Choroïde est l'Uvée. L'Uvée qui n'est point transparente, laisse une ouverture qui est la Prunelle. La Prunelle est au milieu d'un cercle qui s'appelle l'Iris. L'Iris nage dans l'humeur aqueuse.

La Rétine LL est un tissu velouté de petits filets très-déliés, qui sortent du Nerf optique M. Ce Nerf qui part du Cerveau, est une espéce de moëlle enfermée dans un canal: & qui s'épanouit en filets dans le fond de l'Œil.

Rappellons-nous encore quelques observations fondées sur l'expérience.

I.

92. Le même point d'un objet ſe voit de tous côtés : donc il envoye des rayons de toutes parts. Auſſi les rayons dirigés par l'objet total vers l'Œil, font une ſorte de Pinceau, de Cône, ou de Pyramide optique dont le ſommet eſt dans l'Œil, & la baſe ſur la Surface de l'objet.

II.

93. L'objet paroît à l'extrémité du rayon droit qui en porte l'impreſſion dans l'Œil.

Allons maintenant de Propoſitions en Propoſitions, Eudoxe, & allant pas à pas, nous pourrons voir enfin ce qui ſe paſſe dans le fond de nos yeux.

PROPOSITION I.

94. *Le rayon ſimple* AB *qui tombe perpendiculairement ſur l'Oeil &* Fig. 28.

les humeurs , ne se rompt point en les traversant.

Il ne trouve pas plus de résistance d'un côté que de l'autre ; rien qui le détourne : donc, &c.* *N. 39.

95. Ce rayon perpendiculaire AB , est le rayon principal , l'*Axe optique* , ou *l'Axe de vision*.

Ainsi l'Axe optique ne se rompt point.

Fig. 29. 96. De-là , l'Axe optique CD parti du côté gauche de l'objet , portera son impression sur le côté droit D de la Rétine ; & l'Axe optique BE parti du côté droit B de l'objet, portera son impression sur le côté gauche E de la Rétine.

PROPOSITION II.

97. *Les rayons obliques & simples* AXH , AZH , *qui composent avec l'Axe optique* ABD *un Cône ou un Pinceau , vont après s'être écartés , se réunir dans un point* D *de l'Axe optique.* Fig. 28.

1°. Les rayons AXH, AZH, qui viennent tomber obliquement sur la Surface convexe de l'humeur aqueuse, passant de l'air dans un milieu plus dense, s'approchent de la perpendiculaire H *. *N.40.

2°. Passant obliquement de l'humeur aqueuse dans le Crystallin, c'est-à-dire, dans un milieu plus dense, ils s'approchent encore de la perpendiculaire P *. *N.40.

3°. Passant obliquement du Crystallin dans l'humeur vitrée, c'est-à-dire, d'un milieu plus dense dans un milieu plus rare *, ils s'éloignent de la perpendiculaire N *. *N.90. *N.41.

Or ces rayons raprochés d'abord de la perpendiculaire en H & P, puis éloignés en N, sont dirigés vers un point D de l'Axe optique : donc ils vont s'y réunir.

Aussi présentez à la lumiere d'une Bougie la partie antérieure

du Cryſtallin couverte d'un papier percé de deux trous : les rayons iront ſe réunir derriere le Cryſtallin (*a*).

PROPOSITION III.

98. *Les rayons ſe réuniſſent ſur la Rétine.*

Otez à la partie poſtérieure d'un œil de Bœuf tué récemment, ſon enveloppe groſſiére, enſorte qu'on apperçoive l'humeur vitrée; mais ſans endommager la membrane

Fig. 28. (*a*) Mais pourquoi le point A vû par le moyen de l'Axe optique ABD & des rayons obliques APD, ne paroît-il qu'en un endroit A, qu'à l'extrémité du rayon droit ABD, non en E, par exemple, ou le rayon oblique DPE aboutiroit? Le rayon droit ABD qui traverſe les humeurs perpendiculairement & ſans réfraction ſenſible * eſt plus fort; *N. 39. & la Rétine étant faite en voute, le point frappé B ne peut céder que ſuivant la direction perpendiculaire. Ainſi dans la voute HKI, la Pierre K frappée perpendiculairement ſuivant la direction LK, & obliquement ſelon la direction MK, ne peut céder que dans la direction perpendiculaire LK.

qui l'environne : placez la Prunelle de l'œil vis-à-vis d'un trou qui donne accès à la lumière dans une Chambre obſcure: vous voyez les objets extérieurs peints diſtinctement ſur la Rétine : donc les rayons y portent les images des objets ; & par conſéquent les rayons s'y réuniſſent.

EUDOXE. Enfin, ſelon les loix de l'union de l'Ame & du Corps, à l'occaſion de l'impreſſion portée par le Nerf optique, de la Rétine juſqu'au ſiége des fonctions de l'Eſprit, l'Ame apperçoit les objets ; & c'eſt la Viſion (*a*) ; & il eſt

(*a*) Sous la Rétine & ſur la Choroïde immédiatement, on obſerve une ſubſtance craſſe & noire qui couvre la Choroide : de-là, 1°. La Choroïde n'eſt propre à recevoir ni à faire paſſer au ſiége de l'Ame l'impreſſion des rayons. Elle n'eſt d[illegible] pas proprement l'organe de la vûë.

2°. Comme la Rétine reçoit l'impreſſion des rayons réunis, ou les images des objets*, *N. 98.
&qu'elle ſort en filets déliés du Nerf optique*, *N. 91.
elle eſt propre à faire paſſer cette impreſſion

clair, ce semble, que si l'image qui occasionne immédiatement la perception, est plus grande ou plus petite, l'objet paroîtra plus grand ou plus petit. N'est-ce pas là votre pensée, Ariste.

ARISTE. Oui.

PROPOSITION IV.

99. *Les images des objets sont renversées sur la Rétine.*

Fig. 29. Le rayon BE parti de l'extrémité droite B de l'objet tombant perpendiculairement sur la partie droite du globe de l'Œil, doit s'en aller par le centre F aboutir au point opposé E dans le côté gauche de la Rétine. Le rayon CD parti de l'extrémité gauche C de l'objet doit aboutir par la même raison au point opposé D dans le côté droit, faisant avec le rayon

jusqu'au siége de l'Ame, où les Nerfs aboutissent; & on la regarde comme l'organe de la vûë.

BE des angles opposés au sommet.

Donc ce qui est à droite dans l'objet, est peint à gauche sur la Rétine ; & au contraire, ce qui est à gauche, est peint à droite. Donc les images des objets sont renversées sur la Rétine.

Aussi mettez devant la Prunelle de l'œil de Bœuf une Bougie allumée, & vous verrez la flamme renversée sur la Rétine.

Eudoxe. Le Crystallin fait en forme de Verre convexe, doit renverser l'image des objets * : mais l'objet ne devroit-il point paroître dans la situation de l'image ? *N. 871.

Ariste. Non.

Proposition V.

100. *Quoique les images des objets soient renversées dans le fond de l'œil, on doit voir les objets dans leur situation naturelle.*

Je dis que la flamme ED, ren- Fig. 39.

versée sur la Rétine, doit paroître dans sa situation naturelle BC.

Le rayon DC qui peint la pointe C de la flamme dans la partie inférieure D de la Rétine, passant par le centre de l'œil aboutit extérieurement à la pointe même de la flamme. Le rayon EB qui peint la base B de la flamme dans la partie supérieure E de la Rétine, aboutit extérieurement à la base
*N 96. même *: or l'Ame rapporte na-
& 49. turellement à l'extrémité extérieure du rayon droit, ou de l'Axe
*N. 92. optique, ce qu'il représente *: donc la pointe C & la base B de la flamme doivent paroître où elles sont: donc la flamme ED renversée sur la Rétine doit paroître dans sa situation naturelle BC.

Fig. 29. 101. De-là 1°. Deux objets B, C, dont les rayons tombent sur différentes parties E, D de la Rétine, paroîtront en des endroits différents.

Car par l'impression faite en E l'objet B paroîtra à l'extrémité de l'Axe optique EB ; & par l'impression reçûe en D, l'objet paroîtra à l'extrémité de l'Axe DC * : or ces deux rayons qui se croisent en F, centre de la Rétine, vont aboutir nécessairement à des endroits différents, faisant des angles opposés au sommet. *N. 93.

2°. S'il arrive que le même objet envoye deux rayons perpendiculaires sur deux points différents E, D, de la Rétine, il paroîtra en deux endroits : car il sera vû suivant la ligne droite EF + FB en B, & suivant la ligne DF + FC en C. Fig. 29.

3°. Si les rayons partis du même point de l'objet tombent sur divers points de la Rétine, l'objet paroîtra en divers endroits, & foiblement : donc l'image sera confuse & foible.

4°. Si les rayons partis de divers

points ſe réuniſſent dans le même point de la Rétine, divers points de l'objet paroîtront au même endroit : donc l'image ſera confuſe.

Ainſi pour tracer ſur la Rétine une image diſtincte, il faut, & que les rayons partis d'un point de l'objet ſe réuniſſent ſur le même point de la Rétine, & que les rayons partis de divers points ſe réuniſſent ſur des points différents.

102. On appelle *Angle optique*, ou de viſion, l'Angle formé par les rayons principaux, ou par les Axes optiques, qui viennent des extrémités oppoſées de l'objet, & font, après s'être croiſés dans la ſubſtance de l'œil, un angle oppoſé au ſommet ; & l'on nomme *Foyer* le point où les rayons ſe réuniſſent. La grandeur qui paroît ſous l'Angle optique eſt *l'Objet apparent*.

PROPOSITION VI.

103. *Les objets vûs sous un angle plus grand paroîtront plus grands.*

Je dis que AC, vû sous l'angle ABC > DBE, paroîtra plus grand que DE. Fig. 31.

Puisque l'angle ABC > DBE, l'angle FBG > HBI opposé de même au sommet : donc les côtés BF, BG, BH & BI qui sont rayons du même cercle, étant égaux, l'arc FG > HI : donc l'objet AC trace sur la Rétine une plus grande image que DE : donc AC paroîtra plus grand *. *N 98.

Par la même raison, les objets vûs sous un angle plus petit, paroîtront plus petits ; égaux sous le même angle.

104. Voulez-vous voir maintenant, Eudoxe, dans une sorte de Chambre obscure, ce qui se passe dans le fond de votre œil au moment de la vision ?

Eudoxe. Volontiers.

Ariste. Je mets une Lentille dans un trou circulaire d'un doigt de diamétre, environ, fait dans une Fenêtre ; & je reçois la Lumière sur un drap blanc étendu perpendiculairement vis-à-vis le trou.

Fig.32. 1°. La Lentille IK réunit en M les rayons partis de L, ou en bas les rayons d'en haut ; & en D les rayons de N, ou en haut les rayons d'en bas. Delà, l'image DM de l'objet NL est renversée
N.96. sur le drap blanc. Ainsi le Crystallin, qui est une sorte de Verre lenticulaire, porte & renverse les
N.98. & 99. images sur la Rétine.

105. 2°. Plus l'angle MRD =
Fig.32. LRN opposé au sommet & formé par les Axes optiques est grand, plus l'image MD sur le drap est grande, & plus l'objet paroît grand. Ainsi plus l'Angle optique
* N. 102. ou de vision* sera grand, plus l'i-

image sera grande sur la Rétine & plus l'objet paroîtra grand ; & les objets vûs sous le même angle paroîtront égaux.

106. 3°. Si le drap blanc est plus éloigné de la Lentille Z, l'image ST de l'objet AB tracée sous le même angle sera plus grande ; je dis que l'image en ST sera plus grande qu'en XY, parce que les Axes optiques BYT, AXS aboutiront à des points plus écartés S, T. Ainsi plus la Rétine est éloignée du Crystallin, plus l'image tracée sur la Rétine sera grande, le reste égal. *Fig. 33.*

107. 4°. Si le drap est plus près de la Lentille Z, l'image XY est plus petite, parce que les rayons AZX, BZY aboutissent à des points X, Y moins écartés que S, T. Ainsi plus la Rétine est proche du Crystallin, plus l'image sur la Rétine sera petite, le reste égal. *Fig. 33.*

108. 5°. Si le drap CKL est *Fig. 34.*

trop loin de la Lentille FG, l'image est foible & confuse, parce que les rayons ABL, ADK, AEC partis d'un point A de l'objet, ne tombent sur le drap CKL qu'éparpillés après leur réunion dans le Foyer H, & mêlés avec des rayons étrangers ou partis d'autres points. Ainsi la Rétine trop éloignée du Crystallin ne recevra que des images foibles & confuses ; à une juste distance, ou dans le Foyer, elle aura des images vives & distinctes.

Fig. 34. *109.* 6°. Si le drap est trop près de la Lentille FG, l'image est foible & confuse, parce que les rayons tombent sur le drap II avant leur réunion dans le Foyer H, & qu'alors coupant des rayons qui viennent d'autres points, ils se trouvent mêlés avec des rayons étrangers.

Ainsi la Rétine trop voisine du Crystallin ne recevra que des images-

ges foibles & confuses.

110. 7°. Si l'on couvre une partie D de la Lentille FG, l'image de l'objet entier ne laisse pas de se peindre sur le drap, parce qu'il y a encore des rayons ABL, AEC, &c. de chaque point qui tombent sur le drap : mais comme il y a moins de rayons efficaces, l'image est plus foible. Ainsi le Crystallin se trouvant couvert en partie d'une espéce de Taye, l'image de l'objet entier ne laissera pas de se graver sur la Rétine; mais elle sera plus foible, faute de rayons efficaces. *Fig. 34.*

111. 8°. Enfin je couvre la Lentille, ensorte que la lumière n'entre que par deux endroits B, C ; je dispose un Carton pour la recevoir, & je présente une Bougie en D : les rayons se réunissent en E qui devient un point lumineux. Je recule la Bougie & la place en F; & les rayons se réu- *Fig. 35.*

niſſent en G, plus près de la Lentille, les rayons partis de plus loin étant moins divergents à la
N 83. ſortie de la Lentille: ainſi le même Cryſtallin réunit plus loin de lui les rayons qui viennent de plus près; plus près, ceux qui viennent de plus loin. De-là, ſi l'image des objets vûs de près eſt diſtincte, l'image des objets vûs de loin ſera confuſe, parce que les rayons venus de loin ſe réuniront avant que de tomber ſur la Rétine. Si l'image des objets vûs de loin eſt diſtincte, l'image des objets vûs de près ſera confuſe, parce que les rayons venus de près, ne ſe réuniront qu'au delà de la Rétine.

EUDOXE. *Vous trouverez encore, ce me ſemble, dans ce que nous avons dit, ce qui fait la différence des vûes longues & des vûes courtes.*

112. ARISTE. J'appelle vûes

longues celles qui voyent distinctement les objets éloignés, & confusément les objets voisins. C'est le défaut ordinaire des Vieillards. Ainsi comme l'apparence de l'objet répond à l'image tracée sur la Rétine *, il faut que dans les vûes longues, les images des objets éloignés soient distinctes sur la Rétine, & que les images des objets voisins y soient confuses. *N. 95.

113. Les vûes courtes sont celles qui voïent distinctement les objets qui sont proches, & confusément ceux qui sont éloignés; ainsi les vûës courtes ont les images des objets qui sont proches, tracées distinctement sur la Rétine, & les images des objets éloignés, confusément.

De-là,

I.

114. Si la distance de la Rétine G au Crystallin BC *est trop petite,* Fig. 35.

c'est une vûë longue.

Les rayons FKG, FLG, partis de l'objet éloigné F se trouveront réunis sur la Retine G; les rayons DHE, DIE, partis de l'objet voisin D, ne se réuniront

* N. 111. qu'au-delà en E*: donc l'image de l'objet éloigné sera distincte sur la Rétine, l'image de l'objet voi-

* N. 108. sin y sera foible & confuse*. Donc

* N. 112. c'est une vûe longue *.

Ainsi comme le Verre convexe

*N. 86. rend les rayons convergents *, il corrigera le défaut des vûes longues.

I I.

115. *Si la Rétine est trop éloignée, c'est une vûe courte.*

Fig. 35. Les rayons DHE, DIE partis de l'objet voisin D seront réunis sur la Rétine E; les rayons FKG, FLG partis de l'objet éloigné F, seront réunis en G avant

* N. 111. que de rencontrer la Rétine E*:

donc l'image de l'objet voiſin D ſera diſtincte ; celle de l'objet éloigné F ſera confuſe * : donc c'eſt * N. 108.
une vûe courte *. * N. 112.

Ainſi comme le Verre concave rend les rayons divergents *, * N. 88. il corrigera le défaut des vûes courtes.

III.

116. Si le Cryſtallin eſt ſegment d'une Sphére trop grande, c'eſt une vûe longue.

Les rayons DHE, DIE, par- Fig. 35.
tis de l'objet voiſin D, iront ſe réunir en E au-delà de la Rétine G *, la Sphére plus grande réu- * N. 80.
niſſant les objets plus loin (*a*) ; les rayons FKG, FLG partis de l'objet éloigné F pourront ſe réunir

(*a*) La Lentille qui eſt ſegment d'une Sphére plus petite, trace ſur le papier l'image diſtincte de l'objet à une moindre diſtance, que la Lentille qui eſt ſegment d'une Sphére plus grande.

sur la Rétine G *; donc c'est une vûe longue (*a*).

* N. 111.

IV.

Fig. 15. *117. Si le Cryſtallin* BC *eſt Seg-*

(*a*) Dans un âge avancé, d'ordinaire on lit mieux à une certaine diſtance que de près, les caractères éloignés d'un pied ou deux, que d'un demi-pied. C'eſt que la Rétine ſe trouvant trop proche du Cryſtallin, les rayons qui viennent de près, ne ſont pas réunis encore, quand ils tombent ſur la Rétine.

Au contraire, les rayons qui viennent de plus loin, ſe trouvent réunis ſur la Rétine.

Mais pourquoi dans un âge avancé la Rétine ſe trouve-t-elle trop près du Cryſtallin pour recevoir les rayons réunis ?

Cela peut venir de pluſieurs cauſes. 1°. Le Nerf optique qui ſe reſſerre, tire l'œil en dedans, comme il paroît aſſez dans les Viellards, dont les yeux ſont moins ſaillants en dehors que dans les jeunes gens ; & la Rétine arrêtée par l'Os de la tête, ſe trouve trop près du Cryſtallin.

2°. Si l'âge vient à deſſecher les fibres qui font le tiſſu des ligamens ciliaires, ils applatiſſent, en ſe reſſerrant, la membrane qui enveloppe le Cryſtallin, à peu près, comme une Bourſe dont l'on tire les côtés oppoſés, s'applatit ; & le Cryſtallin prend en s'applatiſſant lui-même, la figure d'un ſegment de Sphére plus grande, qui rendant les rayons plus divergents, les réunit plus tard & plus loin.

ment d'une Sphére trop petite, c'est une vûe courte.

Dans une Sphére plus petite, les rayons rompus en sortant se réunissent à une moindre distance *: ainsi le Crystallin trop petit *N.86. BC réunira en G trop près de lui, avant la Rétine E, les rayons FKG, FLG partis de l'objet éloigné F : mais il réunira sur la Rétine E les rayons DHE, DIE partis de l'objet voisin D *: donc *N. 111. c'est une vûe courte *. * N. 112.

Enfin, les Télescopes, les Microscopes, les Lunetes qui suppléent aux défauts de la vûe, ne méritent-ils pas que nous nous réunissions pour voir comment ils y suppléent ?

EUDOXE. Ou plutôt, est-il un sujet qui le mérite mieux ?

VII. ENTRETIEN.

Sur les Télescopes.

EUDOXE. VOilà des Télescopes ; & vous allez, Ariste, nous montrer la route que les rayons y tiennent pour rapprocher de nous les objets les plus éloignés.

ARISTE. Je dirai du moins ma pensée: là-dessus m'expliquant à ma manière.

118. D'abord le Télescope est un Tuyau, qui par le moyen de plusieurs Verres, semble rapprocher en effet les objets, & les rend plus distincts.

119. Le Verre qui est le plus près de l'objet est l'*Objectif*, & celui qui est plus proche de l'œil l'*Oculaire*. S'il y a plus de deux Verres dans la Lunette, il n'y a

qu'un Objectif ; les autres sont Oculaires.

120. Deux sortes de Télescopes, l'Astronomique & le Terrestre. Le Télescope Astronomique est composé d'un Objectif convexe ou plan-convexe & d'un Oculaire convexe.

Le Télescope Terrestre est composé de plus de deux Verres ; ordinairement d'un Objectif, & de trois Oculaires.

Faut-il construire un Télescope Astronomique ?

EUDOXE. Commençons par là.

121. *ARISTE.* Hé bien, 1°. J'insére à l'extrémité d'un tuyau un Objectif C plan-convexe ou convexe des deux côtés, & qui soit portion d'une Sphére plus grande. *Fig. 36.*

2°. Je mets à l'autre extrémité du tuyau un Oculaire G convexe des deux côtés, & qui soit portion d'une Sphére plus petite, le

plaçant à une juste distance du
* N. 120. Foyer commun. C'est un Télescope Astronomique*.

Et je dis que l'œil placé au Foyer de l'Oculaire, verra l'objet distinctement, dans une situation renversée, & grossi dans la raison de la distance du Foyer de l'Oculaire à la distance du Foyer de l'Objectif.

I.

122. *L'objet paroîtra distinct.*

1°. Comme les objets vûs au Télescope Astronomique sont fort éloignés, les rayons partis du même point viennent parallelement tomber sur l'Objectif* :
*N. 33. donc ils se réuniront à quelque
N. 79. distance du Verre.

2°. L'endroit où les rayons seront réunis par l'Objectif, est le
* N. 121. Foyer même de l'Oculaire*, puisque c'est un Foyer commun: donc les rayons qui s'étant croisés dans ce Foyer, viendront se

rompre dans l'Oculaire, en sortiront paralleles *. *N.81.

Or les objets éloignés vûs par des rayons paralleles paroissent distincts, parce que ces rayons n'étant pas divergents, sont tous efficaces, ou portent tous leur impression sur l'organe de la vûe : donc l'objet paroîtra distinct.

I I.

123. *L'objet paroîtra renversé.*

Soit A Foyer commun des Fig.38. deux Verres C, G; BC distance = CA. Un rayon DBE parti du côté droit D de l'objet doit passer par B * : donc B étant Foyer du *N.92. Verre C, le rayon EF sorti de l'Objectif après deux réfractions, sera parallele à l'axe BG * ; & par *N.81. conséquent rompu par l'Oculaire FG, il rencontrera l'axe dans le Foyer H de l'Oculaire G *. *N.80.

Ainsi, comme l'œil est dans le Foyer H, ou auprès, le point D

du côté droit de l'objet paroîtra dans la ligne droite FH, tandis que le point I du milieu paroîtra dans l'axe ICG *. Donc ce qui est à droite doit paroître à gauche, & au contraire : donc l'objet paroîtra renversé.

* N. 93.

III.

124. *L'objet paroîtra augmenté dans la raison de la distance du Foyer de l'Oculaire à la distance du Foyer de l'Objectif.*

Je dis que l'objet vû sans Télescope est à l'objet vû au Télescope, comme la distance du Foyer de l'Oculaire à la distance du Foyer de l'Objectif.

Fig. 36. 1°. L'objet ID vû du point H, ou du point B, le reste égal, c'est même chose, à cause de la grande distance BI qui rend insensible la distance BH.

2°. Le demi-diamétre ID vû au Télescope, est vû sous l'angle

FHG *; ainsi GF est l'objet ID vû au Télescope *. * N. 123. * N. 102.

3°. Soit AG = GH, distance du Foyer H à l'Oculaire G : les angles en G étant droits & compris entre côtés égaux, les deux Triangles AFG, HFG sont égaux (*a*); donc l'angle FHA = FAH. Ainsi GF vû de A ou de H, c'est même chose, & l'on peut regarder AG comme la distance du Foyer de l'Oculaire.

4°. Tirez AL parallele à MF, & à BE : donc l'angle GAL = GMF = CBE (*b*) = DBI opposé au sommet, angle sous lequel ID paroît à la simple vûe.

Ainsi GL = ID vû sans Télescope, comme GF = ID vû au Télescope.

5°. BM = EF entre mêmes paralleles BE, MF, & CG = EF entre mêmes paralleles CE,

(*a*) Géométrie, N. 136.
(*b*) Ibid. N. 104.

GF (*a*) : donc BM = CG, deux grandeurs égales à une EF étant égales entr'elles. Donc si de CG = BM l'on ôte la quantité commune CM, reste GM = BC distance du Foyer de l'Objectif.

Il suffit donc de prouver que GL. GF : : AG. GM.

Or puisque l'angle commun G est droit, & que l'angle GAL = GMF, les deux Triangles LAG, FMG sont semblables (*b*), donc GL. GF : : AG. GM (*c*).

125. De-là 1°. Comme la distance du Foyer à la Lentille est le demi-diamétre dans le Verre
* N. 80. convexe des deux côtés *, ou le diamétre dans le Verre plan-convexe *; si l'Objectif est convexe
* N. 79. des deux côtés, le Télescope augmente le demi-diamétre apparent de l'objet dans la raison

(*a*) Géométrie, N. 40.
(*b*) Ibid. N. 133.
(*c*) Ibid. N. 150.

du demi-diamétre de l'Oculaire au demi-diamétre de l'Objectif. Si l'Objectif est plan-convexe, l'accroissement apparent se fera dans la raison du demi-diamétre de l'Oculaire au diamétre de l'Objectif.

Ainsi, comme le demi-diamétre de l'Oculaire est contenu plus de fois dans le diamétre de l'Objectif, que dans son demi-diamétre, l'objet ID vû sans Télescope est contenu plus de fois dans l'objet apparent ID vû au Télescope avec un Objectif plan-convexe : donc le Télescope augmentera plus si l'Objectif est plan-convexe, que s'il étoit convexe des deux côtés.

126. Si l'Oculaire est segment d'une moindre Sphére, & l'Objectif, d'une plus grande ; la raison du demi-diamétre de l'Oculaire au demi-diamétre, ou au diamétre de l'Ojectif en sera moindre,

ou la diſtance du Foyer de l'Oculaire ſera contenue plus de fois dans celle du Foyer de l'Objectif (*a*); & par conſéquent l'objet
* N. apparent en ſera plus grand *.
124. 127. La diſtance de l'Oculaire à l'Objectif eſt compoſée de celles des Foyers de l'Objectif & de l'Oculaire; d'ailleurs la diſtance du Foyer dans le Verre convexe des deux côtés eſt le demi-diamé-
*N. 80. tre *; dans le Verre plan-convexe,
* N. 79. c'eſt le diamétre *. Ainſi, la longueur du Téleſcope eſt la ſomme des demi-diamétres des Verres ſi l'Objectif eſt convexe des deux côtés; c'eſt la ſomme du demi-diamétre de l'Oculaire & du diamétre de l'Objectif, ſi l'Objectif eſt plan-convexe.

Mais parce que le demi-diamétre de l'Oculaire, eu égard au diamétre ou au demi-diamétre de l'Objectif, eſt fort petit, on dé-

(*a*) Géométrie, N. 393.

termine la longueur du Télescope sur le demi-diamétre ou le diamétre de l'Objectif ; la distance du Foyer de l'Objectif est-elle de 12 pieds? C'est un Télescope de 12 pieds (a).

128. *Eudoxe.* Mais, Ariste, avec votre Télescope, comment vous y prendriez-vous pour observer, ou les Taches du Soleil, ou une Eclipse de Soleil?

Ariste. Ce sont deux Problêmes.

PROBLÉME I.

Observer les Taches du Soleil avec un Télescope.

1°. Si l'on couvre tout l'Ob-

(a) Comme les vûes courtes voyent mieux par des rayons plus divergents, ou qui se réunissent plus loin *, ayant la Rétine trop éloignée du Crystallin ; il faut qu'elles approchent davantage l'Oculaire de l'Objectif: alors l'image qui est dans le Foyer de l'Objectif, sera plus proche de l'Oculaire ; & les

* *N. 115 & 117.*

jectif, ne laissant qu'un trou d'une ligne de diamétre, on verra tout le Soleil impunément, parce qu'on le verra par l'impression de peu de rayons reçûs dans l'œil.

2°. Sans couvrir l'Objectif, des Verres plans colorés, de couleur verte sur tout, mis devant l'Oculaire, diminueront l'action des rayons. Deux Verres enfumés, collés l'un contre l'autre, la fumée ou la suye en dedans, avec un contour de papier qui les tienne unis, sont très-bons pour amortir la vivacité des rayons.

3°. On peut recevoir la lumière du Soleil dans une chambre obscure par l'Objectif d'un Télescope inséré dans une Boule de bois mobile, insérée elle-même dans une Fenêtre. Un Carton blanc posé verticalement sur un

rayons reçûs par l'Oculaire, venant de plus près, ils sortiront plus divergents; & se réunissant plus loin, ils le feront sur la Rétine.

plan mobile, avancera ou reculera jusqu'à ce que l'image de cet Astre sur le Carton soit distincte & éxactement terminée par un cercle qui sera parallele au plan apparent du Soleil *. *N. 30.

Un fil tendu par un plomb, coupant l'image par le milieu, tracera sur le Carton dans le cercle un filet d'ombre qui pourra servir à fixer la situation des Taches, que l'on gravera ou que l'on peindra sur le Carton même dans les endroits où elles paroîtront, observant sur une Pendule l'instant de l'apparition de chacune dans tel point.

EUDOXE. Mais comme l'œil placé au Foyer du Télescope Astronomique, voit les objets dans une situation renversée, les Taches sembleront aller, ce semble, vers l'Orient quand elles avanceront vers l'Occident.

ARISTE. Cela est vrai : mais

l'Optique corrige l'erreur en nous avertiſſant de placer à l'Occident ce qui paroît vers l'Orient.

PROBLÉME II.

Obſerver une Eclipſe de Soleil avec le Teleſcope.

1°. On obſerve l'Eclipſe comme les Taches.

2°. Si du point correſpondant au centre du Soleil ſur le Carton, l'on décrit un cercle égal à l'image du Soleil, que l'on diviſe le demi-diamétre en ſix parties égales, & que par les diviſions on décrive des cercles concentriques, l'on verra dans les différences de l'ombre ſur les diviſions différentes, de combien de parties ou de doigts eſt l'Eclipſe.

Enfin, comme le Téleſcope Aſtronomique repréſente diſtinctement la grandeur apparente des Aſtres, & qu'il importe aſſez peu

qu'ils paroiſſent renverſés, ou non, ce Téleſcope eſt bon pour les Aſtres. Mais il n'eſt pas également bon pour les objets terreſtres ; le renverſement apparent empêche de diſcerner l'objet autant qu'on peut le faire avec le Téleſcope Terreſtre. Venons donc à ce Téleſcope.

Conſtruire un Téleſcope terreſtre.

129. D'abord je place à l'extrémité antérieure d'un tuyau un Objectif D, convexe des deux côtés ou plan-convexe, qui ſoit ſegment d'une plus grande Sphére. *Fig. 37.*

Enſuite, je mets trois Oculaires O, I, L, convexes des deux côtés, & ſegmens de Sphéres égales entr'elles, enſorte que la diſtance de l'une à l'autre ſoit la ſomme des diſtances des Foyers des deux. C'eſt le Téleſcope terreſtre.

PROPOSITION I.

130. *A ce Télescope, l'objet paroîtra distinct.*

On regarde par ce Télescope
Fig. 37. un objet éloigné. Ainsi les rayons tomberont sur l'Objectif D de ce Télescope, comme sur l'Objec-
Fig. 36. tif C du Télescope Astronomique: & le rayon ABCEG, après avoir passé par le Foyer B de l'Objectif, représentera distinctement en G son objet A, comme le rayon DBEFH, après avoir passé par le Foyer B de l'Objectif C, représente distinctement en H
* N. 122. l'objet D *, & par la même raison.

Or le rayon EGHKM tient une route semblable à celle de ABCEG, puisque G est Foyer du Verre I, comme B, du Verre D, & que la distance des deux Verres I, L, est la somme des distances de leurs Foyers, comme la

distance des deux premiers Verres D, O * ; donc l'objet étant représenté distinctement en G, il sera représenté distinctement en M, Foyer du dernier Oculaire L. * N. 121. & 129.

Donc l'objet paroîtra distinct.

PROPOSITION II.

131. *L'objet paroîtra dans sa situation naturelle.*

Je dis que l'œil en M verra le point A, à droite, où il est. Fig. 37.

En G, Foyer du premier Oculaire, l'œil verroit le point A, à gauche suivant la direction du rayon efficace GE *: donc en M l'œil voyant le point A suivant une direction contraire MK, il verra ce point à droite. Donc l'œil verra le point A à droite. * N. 123.

Aussi le rayon KM qui vient de la droite, étant continué jusques dans le fond de l'œil, portera son impression ou l'image du

point A dans le côté gauche de
* N. 96. la Rétine *.

Donc le point A doit paroître
* N. 93. en K * ; ou ce qui revient au mê-
* N. même, en A * : car la différen-
124. ce de distance BM est insensible,
& LK, n'est que AR vû au Té-
lescope (*a*).

PROPOSITION III.

132. *La grandeur apparente de l'objet croîtra dans la raison de la distance du Foyer d'un Oculaire à la distance du Foyer de l'Objectif.*

Fig. 37. Je dis qu'au Foyer M la gran-

Fig. 37. (*a*) Pour disposer les Verres méchaniquement, 1°. L'on regardera l'objet au travers des deux premiers D, O, les rapprochant ou les éloignant jusqu'à ce que l'objet pa-
* N. roisse très-distinctement, mais renversé *.
124. 2°. L'on disposera de même les deux autres Verres I, L, de manière qu'ils représentent fort distinctement l'objet, & renversé.
3°. Les deux oculaires I, L, étant dispo-
* N. sés de la sorte, on les approchera des pre-
130. miers Verres D,O, jusqu'à ce que l'objet pa-
** N. roisse distinct * & dans sa situation naturelle *.
131.

deur

deur apparente de l'objet AR croîtra dans la raison de la distance ML, à la distance DB, qui est la distance de l'Objectif D à son Foyer B.

Par la construction, EO=LK, OG=ML; & l'angle droit EOG=KLM : donc le Triangle OEG=LKM; & par conséquent l'angle LMK=EGO (*a*).

Cela posé; au Foyer G, l'objet AR vû sous l'angle EGO croîtra dans la raison de OG à DB *. * N 124.
Or au Foyer M, AR vû sous le même angle LMK=EGO, croîtra de même *: donc au Foyer * N 103.
M la grandeur apparente de l'objet AR croîtra dans la raison de la distance ML, à la distance DB.

133. De-là 1°. On changera le Télescope Astronomique, en ôtant deux Oculaires, sans qu'il y ait de changement dans la grandeur apparente des objets, puis-

(*a*) Géométrie, N. 136.

que la grandeur apparente de l'objet vû en M ou en G, eſt la même *.

* N. 132. 2°. Comme la diſtance réciproque des Oculaires eſt petite, ſi l'on met trois Oculaires, le Téleſcope n'en eſt guéres plus long (*a*).

EUDOXE. Et nous voyons enfin comment les meilleurs Téleſcopes rapprochent de nous les objets ſenſibles, mais éloignés, terreſtres ou céleſtes.

ARISTE. Quand verrons nous comment les Microſcopes nous font diſcerner les objets les moins ſenſibles ?

EUDOXE. Le ſujet pique trop ma curioſité pour ne me rappeller pas bientôt ici.

(*a*) Selon les Obſervations du P. Dechales, 1°. Il eſt à propos de couvrir les extrémités des Verres pour éviter une eſpéce d'Iris qui ſemble environner l'objet. 2°. L'œil doit ſe trouver dans l'axe de tous les Verres. 3°. Il eſt bon de noircir le tuyau en dedans, pour abſorber les rayons inutiles.

VIII. ENTRETIEN.

Sur les Microſcopes.

EUDOXE. PAS un moment de temps à perdre, Ariſte. Il faut que vous vous expliquiez d'abord, & le plus vite qu'il ſera poſſible ſur les Microſcopes.

134. *ARISTE.* Hé bien, le Microſcope eſt un inſtrument qui repréſente les petits objets & plus diſtincts & plus grands. Le Microſcope ſimple n'a qu'un Verre; le Microſcope composé en a pluſieurs.

PROPOSITION I.

135. *Si l'on met un petit objet* AB *au Foyer du Verre convexe* CD *d'un Microſcope ſimple, & que l'œil ſoit placé fort près de l'autre côté de* Fig. 38.

la Lentille ; l'objet paroîtra distinct.

Puisque l'objet AB est au Foyer de la Lentille, les rayons partis de chaque point de l'objet seront
N.81. paralleles en sortant, & sans s'écarter, tous reçûs dans l'œil ; donc ils seront tous efficaces ; & venant se réunir sur la Rétine, ils y formeront une image vive & distincte.

PROPOSITION II.

Fig. 38. 136. *Dans la même hypothèse, l'objet* AB *paroîtra dans sa situation naturelle.*

Si le rayon FG se rompt en sortant de la Lentille ; après la réfraction, il est parallele au rayon
N.62. d'incidence BN : car les parties opposées N, F, de la Surface sont deux Plans paralleles infiniment
N.65. petits. Donc le rayon total BN-FG entre dans l'œil O comme s'il n'y avoit point de Verre, portant son impression en G ; il en

eſt de même du rayon AH. Or ſi l'on ôtoit la Lentille CD, l'objet AB paroîtroit dans ſa ſituation naturelle : donc il y paroîtra.

Auſſi par l'impreſſion faite en G, l'extrémité B doit paroître en B ; par l'impreſſion faite en H, l'autre extrémité A doit paroître en A *. *N. 93.

PROPOSITION III.

137. *Le Microſcope ſimple augmente la grandeur apparente de l'objet AB dans la raiſon de la diſtance du Foyer à la diſtance de l'endroit, où il faut placer l'objet pour le voir diſtinctement à la ſimple vûe.* Fig. 38.

1°. Les rayons AH, BG, entrent dans l'œil comme s'il n'y avoit point de Verre * : donc l'objet réel AB paroît ſous l'angle GEH = AEB ſous lequel il ſeroit vû ſans Verre *. *N. 136. *N. 102.

2°. L'objet réel vû ſans Verre en L, paroît confus en L, diſtinctement en M, parce que les rayons

partis de L, venant de trop-près, sont trop divergents à la sortie de la Lentille CD pour entrer tous dans l'œil O, & que les rayons partis de M venant de plus loin, sont moins divergents en sortant de la Lentille CD *. Or au Microscope, l'objet paroît distinct *: donc il paroît comme s'il étoit en M, ou vû sous l'angle IEK = AEB : donc le diamétre apparent est IK *; ainsi EL est la distance du Foyer; EM, la distance où il faut placer l'objet pour être vû éxactement sans Verre.

*N. 83.
* N. 136.
* N. 102.

En un mot, AB est l'objet réel; IK, l'objet apparent; EL, la distance du Foyer; EM, la distance où il faut placer l'objet.

Cela posé; je dis que AB. IK :: EL. EM.

Les Triangles AEL, IEM, ou LEB, MEK sont semblables (*a*). Donc AL. IM :: EL. EM: donc

(*a*) Géométrie, N. 133.

AB. IK :: EL. EM , les touts étant comme les moitiés (*a*).

138. *EUDOXE.* Or on ſçait par l'expérience, que les yeux bons voyent diſtinctement un objet à la diſtance de 8 doigts.

Ainſi, le Microſcope ſimple *Fig. 38.* fait d'un Verre convexe ou d'une Lentille CD, augmente le diamétre AB de l'objet dans la raiſon de la diſtance EL du Foyer, à la diſtance de 8 doigts = EM.

Si la diſtance EL du Foyer ou le demi-diamétre de la Lentille eſt de $\frac{1}{2}$ doigt; AB. IK :: $\frac{1}{2}$. 8 :: 1. 16: donc IK. AB :: 16. 1 (*b*).

Et par conſéquent le diamétre apparent de l'objet ſera ſeize fois plus grand que le diamétre réel.

ARISTE. Ce que vous dites, Eudoxe, fait naître dans mon eſprit quelques réfléxions.

(*a*) Géométrie, N. 150.

(*b*) Calcul Littéral, N. 144.

I.

Fig. 38. 139. *Le diamétre apparent* IK *excédera d'autant plus le diamétre réel* AB, *que la distance* EL *du Foyer sera plus petite.*

Car plus la distance EL sera petite, plus la distance EM, qui est constante, c'est-à-dire, tou-
* N. jours de 8 doigts *, aura grande
138. raison à EL (*a*), & par conséquent plus IK aura grande raison à AB, où plus IK contiendra de fois AB : car IK. AB :: EM.
* N. EL *.
137.

II.

140. *Plus le Verre convexe d'un Microscope est segment d'une moindre Sphére, plus il augmentera la grandeur apparente de l'objet.*

Dans le Verre-convexe des deux côtés la distance du Foyer
* N. 80. est le demi diamétre *; dans le

(*a*) Calcul Littéral, N. 29.

Verre plan-convexe, c'est le diamétre * : donc plus le Verre con- *N.74. vexe est segment d'une moindre Sphére, plus la distance du Foyer est petite, le demi-diamétre ou le diamétre en étant plus petit (*a*) ; & par conséquent plus le diamétre apparent sera grand *. * N. 139.

I I I.

141. *Dans le Microscope simple, le Verre convexe des deux côtés augmentera au double du Verre plan-convexe.*

Si le Verre est convexe des Fig. 38. deux côtés, la distance du Foyer sera le demi-diamétre ou $\frac{1}{2}$* ; si le *N. 80. Verre est plan-convexe, la distance du Foyer est le diamétre, ou 1* : *N. 74. donc dans le premier cas, la grandeur apparente IK est à la grandeur réelle AB, comme 8 à $\frac{1}{2}$, ou 16 à 1 *; dans l'autre cas, IK. * N. AB : : 8. 1 : ainsi, dans le premier 139.

(*a*) Géométrie, N. 393.

cas, IK = 16; dans le second, IK = 8 : or 16 est double de 8 : donc dans le Microscope, &c. (*a*).

IV.

142. *Il faut que les vûës courtes approchent l'objet de la Lentille.*

Alors les rayons qui sortiront de la Lentille seront plus divergents *; or les vûës courtes ayant la Rétine plus éloignée du Crystallin, voyent mieux par des rayons plus divergents, qui se réunissent plus loin *.

* N. 83.

* N. 115.

V.

143. *Enfin plus l'œil s'approchera du Verre, plus l'objet sera distinct.*

Fig. 38. Comme les rayons BEG, AEH, partis des extrémités A, B, de l'objet s'écartent en sortant du

(*a*) Une Lentille d'eau augmenteroit moins l'objet qu'une de Verre, les segmens de Sphére supposés égaux, parce que la distance du Foyer doit être plus grande dans la première où la réfraction est moindre *.

* N. 86.

Verre *; l'œil en perdra d'autant moins qu'il ſera plus proche. * N. 136.

EUDOXE. Ne conſtruirons-nous pas un Microſcope à pluſieurs Verres?

ARISTE. 1°. Soit l'objet AB dans le Foyer, ou près du Foyer de la Lentille CD : l'objet apparent EF ſera d'autant plus grand que la Lentille CD ſera portion d'une Sphére plus petite *. Fig. 39. * N. 139.

2°. Soit une ſeconde Lentille GH, diſpoſée à l'égard de l'image ou de la grandeur apparente EF, comme la première Lentille CD par rapport à l'objet AB; l'œil en IK.

L'image ou la grandeur apparente EF ſera augmentée par la ſeconde Lentille GH, comme l'objet AB par la première CD, par la même raiſon.

Dans ce Microſcope, l'image IK de l'objet étant au fond de l'œil dans une ſituation naturelle *, * N. 136.

il paroîtra renversé *.

* N. DOO.

Une troisième Lentille placée de même, renversant sur la Rétine la seconde image, fera voir l'objet dans sa situation naturelle, mais moins distinct. La multitude des Lentilles, réfléchissant beaucoup de rayons, les rend inefficaces.

Eudoxe. Aussi le célébre Lewenoech, qui fit tant d'observations avec les Microscopes, ne se servoit guéres que de Microscopes simples.

Ariste. Enfin la grandeur apparente des objets vûs à la Lunette, ou à la simple vûe, varie selon les distances & les situations différentes : comment cela se fait-il ? C'est ce que nous éxaminerons, quand il vous plaira, supposant les objets vûs d'un œil précisément.

IX. ENTRETIEN.

Sur la différence des grandeurs apparentes dans les distances ou les situations différentes.

Eudoxe. HE bien, Ariste; nous allons donc voir les objets croître & diminuer sans qu'il arrive aucun changement dans leur grandeur.

Ariste. Oui:

PROPOSITION I.

144. *D'abord, le même objet vû directement du même point, paroîtra plus grand de près que de loin.*

Soit l'objet BF = DG parallele à BF, perpendiculaire de même sur AFG. Fig.40.

L'œil placé en A, je dis que BF paroîtra plus grand que DG.

Les angles en G, F, faits

par des perpendiculaires, étant droits (*a*), & l'angle en A, commun; les Triangles EAG, BAF, sont semblables (*b*) : donc EG. BF : : AG. AF (*c*) : or AG $>$ AF dans l'hypothèse : donc EG $>$ BF : donc DG $=$ BF $<$ EG : donc le côté AD est en dedans de l'angle EAG $=$ BAF : ainsi l'angle BAF $=$ EAG $>$ DAG : donc BF, qui sera vû sous un plus grand angle
* N. que DG, paroîtra plus grand*.
103. *Eudoxe*. De-là, 1°. De deux objets BF, DG, égaux, mais inégalement éloignés, le plus proche doit paroître plus grand.

2°. A même distance, un objet plus grand paroîtra plus grand.

Mais les grandeurs apparentes du même objet, seront-elles réciproquement comme les distances ?

(*a*) Géométrie, N. 95.
(*b*) Ibid N. 133.
(*c*) Ibid. N. 150.

ARISTE. Non :

PROPOSITION II.

145. *Si l'angle de vision, ou la grandeur apparente * est double, la distance de l'objet à l'œil ne sera pas soudouble..* * N. 102.

Soient D, l'œil ; CE l'objet perpendiculaire sur DE ; CBE, angle de vision double, ou grandeur apparente ; CDE angle optique soudouble ; BEC, angle droit. Fig. 41.

Je dis que la distance BE n'est pas soudouble de la distance DE, ou que BE < BD.

L'angle extérieur CBE = BCD + BDC (*a*), vaut 2BDC par l'hypothèse : donc l'angle BCD = BDC : donc le Triangle CBD étant isocele, le côté BC = BD (*b*) ; or le côté BE < BC, hypoténu-

(*a*) Géométrie, N. 129.
(*b*) Ibid. N. 120.

ſe (*a*) ; donc BE < BD.

146. De-là, 1°. Si l'angle de viſion, ou la grandeur apparente CDE eſt ſoudouble, la diſtance ne ſera pas double préciſément, elle ſera plus que double, puiſque BD > BE.

147. 2°. A une diſtance double, l'angle de viſion, ou la grandeur apparente ſera plus que ſoudouble :

Fig. 41. Soit DF = FE ; Je dis que l'angle CDE > $\frac{1}{2}$ CFE.

* N. 145. L'angle CDE = $\frac{1}{2}$ CBE * : or l'angle extérieur CBE > CFE (*b*) : donc l'angle CDE > $\frac{1}{2}$ CFE.

Ainſi l'objet ne diminuera pas en raiſon inverſe des diſtances.

PROPOSITION III.

148. *Néanmoins, dans les grandes diſtances, on peut dire que les grandeurs apparentes ſont en raiſon inverſe des diſtances mêmes.*

(*a*) Géom. N. 401. (*b*) Ibid. N. 129.

Si

Si la distance croît de manière que l'angle CBE ne soit plus que de quelques secondes (*a*), je dis que l'angle CBE = 2CDE.* CDE : : DE. BE. Fig. 41. * N. 145.

La différence des angles BEC, BCE sera insensible * : donc celle des côtés opposés BE, BC le sera ; & par conséquent BD = BC * sera sensiblement égal à BE : donc DE = 2BE : donc CBE = 2CDE. CDE : : DE. BE. * N. 33. * N. 145.

Eudoxe. Ici, Ariste, vous allez résoudre quelques Problêmes.

Probléme I.

149. *Connoissant la grandeur* Fig. 42.

(*a*) L'objet qu'on ne peut voir que sous un angle d'une séconde, ne paroît plus, ou ne paroît que comme un point. De-là, l'objet est insensible à un certain excès de distance, parce que l'angle de vision diminuant toujours, l'image tracée sur la Rétine, devient trop petite, & l'impression trop foible pour se faire sentir. Ainsi la transpiration est insensible au moment qu'elle ouvre les pores.

apparente ADE, *avec la distance* DE, *trouver la grandeur vraie* AE.

ARISTE. Connoissant l'angle D, plus l'angle droit E, je connois l'angle A (*a*); & en disant : comme le Sinus de l'angle A du complément est au Sinus de l'angle D, grandeur apparente ; ainsi le côté DE est au côté AE, grandeur vraie (*b*) ; j'aurai la grandeur vraie dans le quatrième terme de la proportion (*c*).

PROBLÉME II.

Fig. 42. 150. *EUDOXE. Connoissant la grandeur vraie* AE *avec la distance* DE, *trouver la grandeur apparente, ou, l'angle optique* ADE.

Je dirai : DE. AE : : Sinus total. Tangente de l'angle ADE (*d*).

(*a*) Géométrie, N. 122.

(*b*) Trigonométrie, N. 61.

(*c*) Calcul Littéral, N. 137.

(*d*) Trigonométrie, N. 65.

Or ayant la Tangente d'un angle, on a l'angle (*a*).

PROBLÉME III.

151. *Eudoxe. Connoissant la grandeur vraie* AE *& la grandeur apparente* D, *trouver la distance* DE. Fig. 42.

Ariste. Connoissant l'angle D, plus l'angle droit E, & par conséquent l'angle A; je dirai : le Sinus de l'angle D donne tant pour le côté opposé AE : combien le Sinus de l'angle A pour le côté DE (*b*)? & j'aurai DE.

Eudoxe. Considérons maintenant deux objets vûs sous le même angle.

Ariste. Volontiers.

PROPOSITION V.

152. *Deux objets* FH, GD, *vûs sous le même angle* DAG *ont* Fig. 43.

(*a*) Trigonométrie, N. 58.

(*b*) Ibid. N. 59.

des grandeurs proportionnelles à leurs distances AF, AG.

Je dis que GD. FH :: AG. AF.

Puisque AG & AF sont les distances par l'hypothèse, elles sont perpendiculaires sur GD, FH (*a*): donc les angles en G, F, sont droits (*b*): d'ailleurs l'angle A est commun : donc les Triangles AGD, AFH sont semblables (*c*): donc GD. FH :: AG. AF (*d*).

Fig. 43. De-là, si deux objets FH, GD vûs sous le même angle, ont des grandeurs proportionnelles à leurs distances AF, AG, le plus petit FH dérobera le plus grand GD, à la vûe. Car FH. GD :: AF. AG :: AH. AD (*e*) : ainsi comme le rayon AG est AF prolongé,

(*a*) Géométrie, N. 34.
(*b*) Ibid. N. 95.
(*c*) Ibid. N. 133.
(*d*) Ibid. N. 150.
(*e*) Ibid. N. 150.

AD sera AH prolongé; & par conséquent les rayons visuels AG, AD, ne feront que raser les extrémités de GD.

PROBLÉME IV.

153. EUDOXE. *Trouver la distance AG, où il faut qu'un objet d'une grandeur donnée GD se trouve, pour paroître de la grandeur d'un autre objet FH placé à une distance donnée AF.* Fig. 43.

ARISTE. FH. GD :: AF. AG*: ainsi connoissant les trois prémiers termes de la proportion, j'aurai dans le quatrième la distance (a). * N. 152.

Soient FH = 6 pieds; GD = 30; AF = 20: je dirai: 6. 30 :: 20. 100: donc AG = 100 pieds.

PROBLÉME V.

154. *Trouver la hauteur AB au-dessus de la ligne horisontale AC tirée par l'œil D, où il faut élever un* Fig. 44.

(a) Calcul Littéral, N. 137.

objet d'une grandeur donnée BF, *afin qu'il paroisse aussi grand qu'un autre objet d'une hauteur donnée* AG *paroît à une distance donnée* AD.

ARISTE. 1°. Connoissant par l'hypothèse dans le Triangle ADG rectangle en A, le côté AD, distance de l'œil D, & le côté AG, hauteur de l'objet AG; je prens l'angle ADG sous lequel on voit AG; & qui doit être égal à l'angle BDF, puisque les objets dont la grandeur apparente est la même, doivent être vûs sous des angles égaux *. Je dis donc AD. AG :: Sinus total : Tangente de l'angle ADG; & je connois l'angle ADG (a).

* N. 103.

2°. J'imagine un cercle passant par les points D, B, F, & qui ait pour centre H. L'angle au centre BHF sera double de l'angle BDF à la circonférence (b): donc

(a) Trigonométrie, N. 65.
(b) Géométrie, N. 116.

si du centre H, on tire la perpendiculaire HI, BI = $\frac{1}{2}$ BF (a), & l'angle BHI = $\frac{1}{2}$ BHF = BDF.

Ainsi connoissant dans le Triangle BIH, rectangle en I, les angles & un côté BI, je connois les côtés IH & BH (*b*).

3°. Du centre H, j'abaisse sur AK la perpendiculaire HC ; & AI étant aussi perpendiculaire sur AK par l'hypothèse, HC sera parallele à AI (*c*) : donc les perpendiculaires IH, AC, comprises entre HC & AI sont égales (*d*) : donc si de IH connue, on ôte la distance connue AD de l'œil D, restera DC.

4°. Dans le Triangle DHC, rectangle en C, connoissant DC & DH = BH connue, je connois HC (*e*).

(*a*) Géométrie, N. 61. 114.
(*b*) Trigonométrie, N. 64.
(*c*) Géométrie, N. 44.
(*d*) Ibid. N. 40.
(*e*) Trigonométrie, N. 65.

5°. Enfin, HC = AI comprise entre mêmes paralleles; & de AI connue, j'ôte la moitié BI de la hauteur BF de l'objet à élever: reste la hauteur AB, qu'il falloit trouver.

Plaçons l'œil entre deux paralleles.

PROPOSITION VI.

Fig. 45. 155. *Si l'œil A se trouve entre deux paralleles BC, DE, elles sembleront s'approcher l'une de l'autre à mesure qu'elles seront plus éloignées de l'œil.*

Je dis que l'intervalle CE plus reculé, paroîtra plus petit que FG

Puisque BC & DE sont paralleles, CE = FG (*a*): or le même objet, vû directement du même point, paroît plus petit de loin que
* N. 144. de près *. Donc CE paroîtra plus petit que FG.

(a) Géométrie, N. 40.

Eudoxe. Aussi, 1°. Comme les deux paralleles sembleront se réunir enfin, l'on ne verra rien au-delà.

2°. Dans deux rangées d'arbres paralleles, ceux qui sont plus éloignés, paroissent plus proches les uns des autres ; dans une longue Galerie, le planché paroît s'abaisser, & le pavé s'élever.

156. Mais plaçons l'œil dans un point quelconque de la circonférence d'un cercle : la même corde, tantôt plus, tantôt moins éloignée, paroîtra-t-elle inégale ?

Ariste. Non : la même corde paroîtra égale dans tous les points d'un arc de cercle.

Je dis que la corde BC vûe des points F, E, &c. inégalement éloignés paroîtra la même. *Fig. 46.*

Les angles inscrits BFC, BEC sont égaux ayant pour mesure la moitié du même arc BC (*a*) : donc

(*a*) Géométrie, N. 114.

BC sera vûe des points F, E, sous même angle : donc BC y paroîtra égale *.

* N. 103.

Ainsi, 1°. L'œil changeant de situation ou décrivant un cercle, pourra s'approcher ou s'éloigner de l'objet sans que l'objet augmente ou diminue de grandeur apparente.

2°. Par la même raison, si l'œil est immobile à la circonférence, & qu'une ligne se meuve dans le cercle, de manière qu'elle soit toujours corde du même arc ; la grandeur apparente de la ligne sera toujours la même.

3°. Si l'œil se trouve dans un angle d'un Poligone régulier, les côtés paroîtront égaux (*a*).

(*a*) Une figure de Salle avantageuse pour un Théâtre, c'est ce semble, un segment de cercle, où les Acteurs soient dans la corde BC, & les Spectateurs dans le grand arc FED, puisque les Acteurs y seront vûs également de tous les endroits F, D, E, &c. D'ailleurs, c'est la figure qui contient le plus de monde.

PROBLÉME I.

157. *EUDOXE. Mais il s'agit de trouver un point d'où deux grandeurs inégales* BC, CD, *vûes au même temps, paroîtront égales.*

ARISTE. 1°. Des extremités B & C, à l'ouverture de BC, je décris deux arcs qui se coupent en E; & du point E, je décris un cercle qui passe par B & C. *Fig.47.*

2°. Des extrémités C & D, intervalle CD, je décris deux arcs qui se coupent en F; & du point F, je décris un cercle qui coupe le premier en A.

Et je dis que A est le point d'où les deux grandeurs inégales BC CD paroîtront égales.

Les lignes BC & CD, étant rayons, sont côtés, chacune, d'un Exagone (*a*): donc les arcs BC & CD sont semblables: donc les angles inscrits BAC & CAD,

(*a*) Géométrie, N. 238.

ayant pour mesure des moitiés d'arcs semblables, sont égaux (*a*) : ainsi les angles sous lesquels BC & CD sont vûës du point A, sont égaux ; & par conséquent A est le point d'où ces grandeurs inégales paroîtront égales *.

* N. 103.

Probléme II.

Fig 48. 158. *Eudoxe. Trouver deux points* A, B, *l'un plus proche des deux extrémités de l'objet, l'autre plus éloigné ; mais tellement situés, que l'objet paroisse plus petit vû du point le plus proche* A, *& plus grand vû du point le plus éloigné* B.

Ariste. 1°. Des extrémités C, D, de l'objet, intervalle quelconque, je décris deux arcs qui se coupent en E ; & du point E, à l'ouverture de EC, je décris un cercle CFBD qui passe par les extrémités C, D, de l'objet.

2°. D'un autre point G, je dé-

(*a*) Géométrie, N. 114.

cris un cercle plus grand CHAD par les mêmes extrémités C, D.

3°. Sur CD prolongé en I, j'éleve une perpendiculaire IB coupant le second cercle en A, & rencontrant le plus petit en B.

Enfin soient les angles inscrits CFD, CHD, CBD, CAD.

Je dis que le point A est plus près des extrémités C & D de l'objet CD, que B; que néanmoins du point A, l'objet CD paroîtra plus petit que du point B.

1°. Puisque IB est perpendiculaire sur CI, & par conséquent CI sur IB (a), AD < BD, & AC < BC (b), les obliques plus éloignées de la perpendiculaire & tirées du même point, étant plus longues. Donc le point A est moins éloigné des extrémités C, D, que B.

2°. L'angle CAD = CHD ins-

(a) Géométrie, N. 27.
(b) Ibid. N. 35.

crit de même au même cercle (a), & l'angle CBD = CFD > CHD qui l'enferme (b) : donc l'angle CAD < CBD : donc l'objet CD, vû de A sous un plus petit angle que de B, paroîtra plus petit de A
* N. 103. que de B *.

Ces principes, Eudoxe, & deux figures me rappellent encore deux Propositions.

PROPOSITION. VII.

Fig. 19. 159. *Si deux objets égaux* AB *&* BD *sont vûs, l'un* AB *directement ; l'autre* BD *obliquement, du même point* C *hors du cercle ; l'objet* AB *vû directement paroîtra plus grand.*

Je dis donc que AB paroîtra plus grand que BD.

BE & BD, vûs sous le même
* N. 103. angle paroîtront égaux *. Or BE n'est qu'une partie de AB = BE

(a) Géométrie, N. 114.
(b) Ibid. N. 132.

+ EA : autrement le Triangle BDE seroit isocele, & par conséquent l'angle BED étant droit, le Triangle BDE auroit deux angles droits (*a*), ce qui n'est pas possible (*b*) : donc AB paroîtra plus grand que BD.

PROPOSITION VIII.

160. *Enfin, les parties égales* BC, CD, DE, EF *du même intervalle* BF *qui s'éloigne de l'œil* A, *paroîtront inégales, plus petites à mesure qu'elles s'éloigneront.* Fig. 50.

Je dis que BC paroîtra plus grande que CD, CD que DE, DE que EF.

L'angle BAC > CAD > DAE > EAF* : donc la partie BC sera vûe sous un plus grand angle que CD; CD, que DE, &c. donc la partie BC paroîtra plus grande que CD; CD, que DE, &c. *N. 22.

(*a*) Géométrie, N. 127.
(*b*) Ibid. N. 122.

EUDOXE. Auſſi dans une rangée d'arbres B, C, D, E, F, également éloignés les uns des autres ; à meſure qu'ils s'éloignent de l'œil qui les regardent, ils ſemblent s'approcher les uns des autres. Les illuſions des grandeurs apparentes ſont infinies.

ARISTE. Les illuſions des figures ſont elles moins fréquentes ?

EUDOXE. C'eſt ce que nous verrons, Ariſte, dès que je pourrai vous revoir.

X. ENTRETIEN.

Sur les illuſions de la vûe par rapport aux figures.

ARISTE. OUI, Eudoxe, les figures apparentes trompent nos Sens comme les grandeurs.

EUDOXE. Nous avons vû avec

quelque plaisir les illusions de celles-ci, je verrai de même les illusions de celles-là.

Ariste. Vous voulez donc que dans quelques Propositions, je retrace quelques erreurs de nos Sens.

PROPOSITION I.

161. *Un arc* ACF *vû de loin par l'œil* D *placé dans le même plan paroîtra une ligne droite.* Fig. 51.

1°. L'arc ACF & la ligne droite BE, étant vûs sous le même angle ADF = BDE paroîtront égaux*. * N. 103.

2. Tandis que la distance permettra de discerner les parties inégales BA, EF, comprises entre la Tangente BE & l'arc ACF, la courbure se distinguera: mais quand l'excès de distance rendra ces parties BA, EF, insensibles, les points A & F seront confondus avec les points B, E, de la

droite BE ; & la ligne courbe ACF paroîtra droite, faiſant ſur la Rétine la même impreſſion que la ligne droite BE.

EUDOXE. Et c'eſt ce que l'expérience nous apprend.

ARISTE. Du cercle, venons à la Sphére.

PROPOSITION II.

162. Une Sphére vûe de loin paroîtra un cercle.

EUDOXE. C'eſt une ſuite évidente de la première Propoſition.

Fig. 52. 1°. L'arc AB doit paroître à l'œil E une ligne droite AC *.

*N. 116.

2°. Que l'arc AB tourne ſur l'axe AD : il décrira un hémiſphére dont AC repréſentera ſucceſſivement tous les arcs en tournant. Or AC décrira un cercle.

163. Mais un objet angulaire...

ARISTE. *Il paroîtra rond de loin.*

Fig. 53. Soit le Quarré BCDE avec ſes

Triangles mixtes FGB, GHC, HIE, IFD, ſans le cercle FGHI :

Eloignez le Quarré BCDE : à une certaine diſtance, je ne le verrai plus *; à cette diſtance inſcrivez au Quarré le cercle FGHI : je verrai le cercle à cauſe de ſon excès de grandeur. * N. 148.

Or l'objet total ſera une Surface quarrée placée à la même diſtance : donc une Surface quarrée y paroîtra ronde : donc un objet angulaire paroîtra rond de loin.

Eudoxe. Auſſi généralement les Poligones réguliers paroiſſent ronds de loin.

Ariste. Sans doute, la diſtance fait paroître les Aſtres plus ronds qu'ils ne le ſont.

PROPOSITION III.

164. Si l'œil A *regarde directement d'une juſte diſtance le centre* B Fig. 54.

d'une figure réguliere CDEF, *ensorte que l'Axe optique* AB *soit perpendiculaire au Plan* CDEF, *on verra la vraie figure de l'objet.*

1°. Le rayon BC = BF = BD = BE ; le côté AB est commun ; & les angles compris ABC, ABF, ABD, ABE sont égaux, étant droits (*a*) : donc les Triangles BAC, BAF, BAD, BAE sont égaux (*b*): donc les angles CAB, FAB, DAB, EAB, opposés à côtés égaux sont égaux, aussi-bien que les côtés CA, FA, DA, EA.

2°. Puisque les côtés CD, DF, FE, EC de la figure réguliére sont égaux, comme les côtés CA, DA, FA, EA, les Triangles CDA, DFA, FEA, ECA le sont (*c*) ; & par conséquent les angles homologues CAD, DAF, FAE, EAC.

(*a*) Géométrie, N. 95.
(*b*) Ibid. N. 137.
(*c*) Ibid. N. 134.

Donc les côtés CD, DF, FE, EC, seront vûs sous angles égaux, ainsi que les rayons BC, BD, BF, BE : donc ceux-là paroissant égaux comme ceux-ci *, on verra la vraie figure de l'objet. * N. 103.

EUDOXE. De-là, si l'œil A *regarde perpendiculairement le centre* B *d'un cercle* CDEF, *on en verra la vraie figure*, puisque tous les diamétres CE, FD, &c. paroîtront égaux, étant vûs sous mêmes angles *. Mais si l'on regarde obliquement le centre du cercle..... Fig. 55. * N. 164.

ARISTE. Voyons ce qui doit arriver dans cette hypothèse.

PROPOSITION IV.

165. *Si la distance de l'œil au centre du cercle regardé obliquement est égale au demi-diamétre, on verra encore la vraie figure du cercle.*

Car tous les diamétres seront vûs sous même angle, c'est-à-dire, sous un angle droit, ou inscrit &

appuyé sur un diamétre (a).

PROPOSITION V.

166. *Mais si la ligne droite qui va de l'œil au centre du cercle est plus longue que le demi-diamétre, & qu'elle fasse deux angles droits avec un diamétre & un angle obtus avec un autre diamétre; le diamétre avec lequel elle fera les angles droits, paroîtra plus grand que l'autre diamétre.*

Que la ligne droite AB tirée de
Fig. 56. l'œil A au centre B du cercle, & plus grande que le rayon BD, fasse avec le diamétre DF deux angles droits, & avec le diamétre CE un angle obtus ABE : je dis que DF paroîtra plus grand que CE.

Fig. 57. & 56. 1°. Soit le Triangle IKL = AFD, l'angle KIL = DAF; les angles IMK, IML droits aussi-bien que les angles ABF, ABD; MK = ML; IM, côté commun;

(a) Géométrie, N. 115.

ainsi le Triangle KIM=LIM (*a*), & par conséquent la base IK = IL, & MK = BC = BE = BF = BD.

2°. Je circonscris un cercle au Triangle IKL (*b*).

3°. Je fais l'angle obtus KMG = ABE, le côté MG=MI ; l'angle GML = ABC.

4°. Tirez les lignes LG, LH, KH, KG. Le point G est hors du cercle, puisque MG = MI > MH ; car de deux *Sécantes* intérieures, celle qui passe par le centre, est la plus grande (*c*).

Cela posé, 1°. Le côté MK = BE, MG = AB, & l'angle compris GMK = ABE, par la construction : donc le Triangle MGK = BAE : donc l'angle MGK = BAE.

2°. Le côté ML = BC ; MG

(*a*) Géométrie, N. 121.
(*b*) Ibid. N. 136.
(*c*) Ibid. N. 75.

= AB = MI, & l'angle GML = ABC supplément aussi : donc le Triangle GLM = ACB : donc l'angle MGL = BAC, ainsi l'angle KGL = EAC (*a*).

3°. L'angle KHL = KIL inscrit de même & appuyé sur le même arc (*b*).

Or l'angle enfermé KHL > KGL qui l'enferme (*c*).

Donc l'angle KIL > KGL = EAC : donc l'angle KIL > EAC.

Mais l'angle DAF = KIL : donc l'angle DAF > EAC. Ainsi DF sera vû sous un plus grand angle que CE ; & par conséquent DF paroîtra plus grand que CE.

De-là, 1°. *Plus le rayon visuel* AB *sera oblique au diamétre* CE, *plus le diamétre paroîtra petit* : car à mesure que l'angle obtus ABE augmentera, l'angle aigu ABC

(*a*) Géométrie, N. 122.
(*b*) Ibid. N. 114.
(*c*) Ibid. N. 139.

diminuera

diminuera : or à mesure que l'angle ABC diminuera, l'angle ACB croîtra, accroissement qui causera de la diminution dans l'angle optique EAC. Fig. 56.

167. 2°. *Si l'œil* A *regarde obliquement le centre* B *d'un cercle* CDEF *hors de la distance du demi-diamétre* BY, *le cercle doit paroître allongé.*

Car tandis que l'œil verra obliquement un diamétre CE, il verra perpendiculairement un diamétre DF coupant le premier CE à angles droits (*a*) : donc un diamétre DF paroîtra plus grand que l'autre CE coupé à angles droits*: donc la figure doit paroître allongée. * N. 166.

EUDOXE. Supposons que la ligne tirée du centre du cercle à l'œil, est plus courte que le demi-diamétre......

ARISTE. Dans ce cas contraire,

(*a*) Géométrie, N. 93.

il y a de la différence dans l'effet.

PROPOSITION VI.

168. *Si la ligne droite qui va du centre du cercle à l'œil, est plus petite que le demi-diamétre du même cercle, & qu'elle soit oblique à un diamétre & perpendiculaire sur un autre; le diamétre sur lequel elle est perpendiculaire, paroîtra plus petit que l'autre.*

Fig. 56. Soit ZB, moindre que le demi-diamétre BD, mais perpendiculaire sur DF, & oblique à CE, ensorte que l'angle ZBE soit obtus; & l'angle ZBC, aigu.

Je dis que DF paroîtra plus petit que CE.

Fig. 58. & 56. 1°. Je fais le Triangle NPO = DFZ, ensorte que RO soit égal à ZB, & perpendiculaire sur NP, que les lignes NR, RP soient égales à BF & BD, & l'angle NOP = DZF.

2°. Au Triangle NPO, je cir-

conſcris un cercle (*a*). $RO < BF = NR$ par la conſtruction : ainſi le centre du cercle n'eſt pas en RO, mais en RS.

3°. Je fais l'angle $NRT = ZBE$, prenant $RV = RO = ZB$.

4°. De deux *Sécantes* parties de la circonférence, celle qui prolongée paſſeroit par le centre, eſt la plus courte (*b*): donc $RT > RO = RV$; & par conſéquent V eſt dans le cercle.

Enfin je tire les lignes NV & VP, NT & TP.

Cela poſé ; dans les Triangles VRN, ZBE, les côtés NR, RV, ſont égaux aux côtés BE, BZ & l'angle compris eſt égal par la conſtruction : donc les deux Triangles ſont égaux (*c*) : donc l'angle $NVR = EZB$. Par la même rai-

(*a*) Géométrie, N. 120.
(*b*) Ibid. N. 76.
(*c*) Ibid. N. 136.

ſon, le Triangle VPR = ZCB, & l'angle RVP = BZC : ainſi l'angle total NVP = EZC.

Or l'angle NVP > NTP qui enferme NVP ſur même baſe (a); NTP = NOP appuyé ſur même arc NSP, & l'angle NOP = DZF, par la conſtruction : donc l'angle EZC = NVP, eſt plus grand que l'angle DZF: donc CE paroîtra ſous un plus grand angle que DF: donc CE paroîtra plus grand que DF *, ou DF plus petit que CE.

* N. 103.

EUDOXE. C'eſt-à-dire, que ſi l'on regarde obliquement une figure réguliére hors de la diſtance du demi-diamétre, on ne verra pas la vraie figure *. Conſidérons maintenant, non le plan du cercle, mais le tranchant.

* N. 157 & 168.

ARISTE. Le tranchant ?

(a) Géométrie, N. 139.

PROPOSITION VII.

169. *Un œil ne verra pas la moitié de la circonférence d'un cercle, dont il regarde le tranchant directement.*

Soit le cercle ABCD dont le plan couperoit l'œil, ou dont le tranchant BCD regarde directement l'œil E. Fig. 59.

Je dis que l'arc BCD vû par l'œil E, est plus petit que la demi-circonférence.

Les angles ADE, ABE, faits par les Tangentes DE, BE, perpendiculaires sur les rayons AD, AB, étant droits (*a*), les angles CAD, CAB, sont aigus (*b*) : donc les arcs CD, CB, sont moindres, chacun (*c*), que le quart de cercle : donc l'arc total BCD est plus petit que la demi-circonférence.

(*a*) Géometrie, N. 95.
(*b*) Ibid. N. 122.
(*c*) Ibid. N. 96.

PROPOSITION VIII.

170. *Ainsi un œil ne verra point la moitié d'une Sphére.*

Fig. 59. L'œil E ne verra que le segment de Sphére formé par l'arc BCD tournant sur la partie FC de l'axe AE, puisque toutes les Tangentes tirées du point E à la circonférence de la base dont BD sera diamétre, se trouveront égales à EB, ED: or ce segment ne sera pas la moitié de la Sphére: car chacun des arcs de la Surface sera moindre que la demi-circonférence *.

* N. 169.

PROPOSITION IX.

171. *L'œil qui s'approchera de la Sphére, en verra une moindre partie.*

Fig. 60. 1°. Du point A, l'œil voit l'arc BCD.

2°. Que l'œil s'approche en E: il ne verra que l'arc FCG < BC-

D : car la Tangente EG ne peut toucher en D, ni au-delà : il faudroit toujours qu'elle paſſât par D; & deux perpendiculaires ED, AD, ſe trouveroient élevées du même point D, extrémité du rayon HD; ce qui n'eſt pas poſſible (*a*). Par la même raiſon, la Tangente EF touchera en deçà de B. Donc l'œil E qui ne peut voir que le ſegment compris entre les Tangentes, ne verra que l'arc FCG < BCD.

On peut en dire autant de tous les arcs qui feront la Surface du ſegment de Sphére vû du point A ou du point E : donc l'œil qui s'approchera de la Sphére, en verra une moindre partie.

PROPOSITION X.

172. *Mais cette moindre partie paroîtra plus grande.*

(*a*) Géométrie, N. 32.

Fig. 60. Je dis que l'arc FCG vû du point E, paroîtra plus grand que l'arc BCD vû du point A, ou que l'angle de vision FEG > BAD.

1°. Les Triangles HBA, HFE, sont rectangles en B, F, puisque AB, EF sont Tangentes (a) : donc les deux autres angles, dans chacun des Triangles sont égaux, pris ensemble, à un angle droit : donc les deux angles BHA, BAH, pris ensemble, valent les deux angles FHE, FEH : or l'angle BHA > FHE, de la valeur de l'angle BHF : donc l'angle FEH > BAH.

2°. Par la même raison, l'angle HEG > HAD.

Donc l'angle total FEG > BAD.

EUDOXE. Et la plus petite partie paroîtra la plus grande. Le mouvement des corps ne sera-t-il pas encore une source d'erreurs?

(a) Géométrie, N. 79.

ARISTE.

Ariste. Et cette ſource d'erreurs, Eudoxe, ſera une occaſion de vous revoir.

XI. ENTRETIEN.

Sur les illuſions de la vûe par rapport au mouvement des corps.

Eudoxe. REdites nous préciſément ce que ces Figures vous diront; le temps me permet de vous écouter, mais ſans interrompre le fil des choſes que vous direz.

Ariste. Venons donc d'abord au fait.

Proposition I.

173. *L'objet qui ſe meut, paroît en mouvement, parce qu'il fait impreſſion ſucceſſivement ſur diverſes parties de la Rétine.*

Fig. 61. 1°. Soit l'œil immobile ABC : quand l'objet est en D, le rayon DC, qui trace l'image en C & passe par le centre E de la Rétine, fait voir l'objet en D *. Par la même raison, l'objet D passant en F, son image qui passera en B, le fera voir en F par le rayon BEF; enfin l'objet allant de F en G, l'image qui coulera de B en A, le fera voir en G, extrémité du rayon AG.

*N. 93.

Ainsi l'œil immobile verra l'objet aller d'Orient en Occident, parceque l'image de l'objet ira sur la Rétine d'Occident en Orient.

Fig. 62. 2°. Soit l'œil en mouvement H, I, K : quand l'œil est en K, l'Axe optique KLM fait voir l'objet L en M ; quand l'œil est en I, l'Axe optique ILN fait voir l'objet L en N. L'œil est-il en H? l'Axe optique HLO fait voir l'objet L en O*. Ainsi l'objet immobile L semble aller de M en N, de

*N. 93.

N en O, ou d'Orient en Occident, tandis que l'œil est porté d'Occident en Orient.

De-là, le rivage, les arbres qui le bordent, les côteaux-mêmes semblent avancer rapidement vers l'Occident, tandis que c'est l'œil qui est emporté vers l'Orient.

PROPOSITION II.

174. *Si deux objets également éloignés de l'œil vont avec la même vitesse, le plus éloigné semble aller plus lentement.*

Je dis que si l'œil A voit le corps B & le corps C parcourir en même temps les lignes égales BD, CE, le mouvement du corps C plus éloigné paroîtra plus lent. *Fig. 63.*

Puisque la ligne CE = BD plus proche, l'angle CAE < BAD : car le même objet vû de plus loin directement, paroît sous un plus petit angle *: mais la ligne CE

* N. 144.

vûe sous un plus petit angle, pa-
* N. roîtra plus petite * : donc C sem-
103. blera faire moins de chemin: donc
son mouvement paroîtra plus lent.

Ainsi, le plus proche de ces corps paroîtra laisser l'autre derriere sans aller plus vite.

PROPOSITION III.

Fig. 63. 175. *Si deux objets* B, C, *inégalement éloignés parcourent dans le même temps des espaces* BF, CE, *proportionnels à leurs distances* AB, AC; *ces espaces parcourus* BF, CE, *paroîtront égaux*.

Si BF. CE :: AB. AC, les côtés des Triangles ABF, ACE étant proportionnels, l'angle BAF = CAE (*a*) : donc BF & CE seront vûs sous un même angle :
* N. donc BF & CE paroîtront égaux *.
103. De-là, si les vitesses réelles BF, CE, sont proportionnelles aux distances AB, AC, les vitesses

(*a*) Géométrie, N. 159.

les apparentes BAF, CAE sont les mêmes.

PROPOSITION IV.

176. *Si deux objets* B, C, *semblent parcourir dans le même temps des espaces égaux, ces espaces* BF, CE, *sont proportionnels aux distances à l'œil* A. BF. CE :: AB. AC. Fig. 63.

Si les espaces parcourus BF, CE, paroissent égaux, ils seront vûs sous même angle *: donc l'angle BAF = CAE : donc les angles droits B, C, étant égaux, les deux Triangles AFB, AEC seront semblables (a) : donc BF. CE :: AB. AC.

* N. 103.

De-là, si les vitesses apparentes sont les mêmes, les vitesses réelles seront proportionnelles aux distances.

PROPOSITION V.

177. *Si l'objet plus éloigné va*

(a) Géométrie, N. 133.

plus lentement, la vitesse de l'objet plus proche doit paroître plus grande qu'elle n'est.

Fig. 64. Soient BF = AE, espace parcouru par l'objet plus éloigné B; AC, espace parcouru dans le même tems par l'objet plus proche A.

Les vitesses étant comme les espaces parcourus dans le même temps, la vitesse de B sera BF = AE; la vitesse de A sera AC: donc EC sera l'éxcès réel de la vitesse de A sur celle de B; GE + EC, l'éxcès apparent: car BF paroîtra égal à AG, vû sous le même angle AOG = BOF *: or GE + EC > EC.

* N. 103.

PROPOSITION VI.

Fig. 64. 178. *L'objet* B *mû avec une vitesse quelconque paroîtra toujours en repos, si la raison de l'espace* BF *parcouru dans une seconde à la distance* BO, *est imperceptible.*

L'espace parcouru BF est à la

distance BO, comme la Tangente de l'angle BOF, sous lequel l'espace parcouru BF est vû, au Sinus total (*a*) : donc si la raison de BF à BO est imperceptible, la raison de la Tangente au Sinus total, sera insensible : donc l'espace parcouru BF, qui ne sera vû que sous un angle insensible, sera imperceptible * : donc l'objet B mû avec une vitesse quelconque dans cet espace BF paroîtra en repos. * N. 148.

Ma pensée, Eudoxe, s'accorde-t-elle avec la votre ?

179. *Eudoxe*. Parfaitement. Dans une seconde de temps, un Astre, comme le Soleil, décrit par son mouvement journalier un arc de 15 secondes, & cet arc est imperceptible : donc un objet regardé sous un angle de 15 secondes, ne se discernera pas ; à plus forte raison, si l'angle de vi-

(*a*) Trigonométrie, N. 65.

ſion eſt plus petit encore (*a*).

De-là, *un objet mû avec une viteſſe quelconque paroît en repos, ſi l'eſpace parcouru dans une ſeconde eſt à la diſtance, comme* 1 *à* 1400.

Fig. 54. Car ſi l'eſpace BF parcouru dans une ſeconde eſt à la diſtance BO, comme la Tangente d'un arc de 15 ſecondes au Sinus total, c'eſt-à-dire, comme 727 à 10000000 (*b*) ou 1 a 1375, à peu près; l'objet mû paroît en

* N. repos *: or (*c*) $\frac{1}{1400} < \frac{1}{1375}$ (*d*).

179. ARISTE. Nous avons conſideré

(*a*) On peut dire qu'un objet vû ſous un angle de 30 ſecondes ne ſe diſcerne pas, puiſque l'aiguille d'une montre fait un arc de 30 ſecondes dans une ſeconde de temps & qu'on ne diſcerne pas ſon mouvement.

(*b*) Trigonométrie, N. 58.

(*a*) Calcul Littéral, N. 99.

(*d*) Les Aſtres qui ſont dans un mouvement très-rapide, paroiſſent en repos, parce que la raiſon de l'eſpace qu'ils parcourent dans une ſeconde, à leur diſtance à la Terre, eſt imperceptible. Mais on s'apperçoit que les Aſtres ſont mûs, en comparant l'endroit où on les a vûs, avec l'endroit où on les voit.

la vûe dans un œil : quand le ferons-nous dans les deux yeux ?

Eudoxe. Dès demain.

XII. ENTRETIEN.

Sur les propriétés de la vûe considérée dans les deux yeux.

Eudoxe. HE bien, Ariste, pourquoi le même objet vû des deux yeux ne paroît-il pas toujours double ; pourquoi le paroît-il quelquefois ; comment deux objets peuvent-ils paroître le même ? &c.

Ariste. Vous voulez donc, Eudoxe, que j'essaye d'expliquer encore quelques mystéres d'Optique.

180. D'abord l'*Horoptere*, ou Fig. 65.
le terme de la vûe distincte, est la ligne BC qui passe par la section D des deux Axes optiques ED,

HD, parallelement à la ligne HE qui joint les centres H, E, des deux yeux.

Le plan de l'Horoptere est le plan qui passe par l'Horoptere perpendiculairement au plan HDE, où sont les Axes optiques ED, HD.

PROPOSITION I.

Fig. 65. 181. *Si l'objet* D *est dans l'Horoptere* BC, *il sera vû des deux yeux sans paroître double.*

Les deux Axes optiques DH, DE, partis du même point D coupant l'Horoptere au même point
* N. 181. D *, & traversant les yeux sans
* N. 94. se rompre *, feront voir l'objet
* N. 93. dans le même point D *. Ainsi, l'objet D sera vû des deux yeux sans paroître double.

PROPOSITION II.

Fig. 66. 182. *Si l'objet* A *est hors de l'Ho-*

noptere BC, *il paroîtra double, ou en* B & C.

L'œil D verra l'objet A en B par le rayon DB ; l'œil E verra le même objet en C par le rayon EC *, en regardant fixement F : donc A paroîtra double. *N. 93.

De-là, si l'on ferme l'œil D, l'objet disparoîtra en B, si l'on ferme l'œil E, l'objet disparoîtra en C.

EUDOXE. Aussi mettez un petit objet A, mais long, vis-à-vis le Nez à la distance d'un pied, environ, regardant fixement & directement F au-delà : l'objet A paroîtra double, mais confusément ; & plus vous regardez loin, plus les deux images B & C semblent éloignées, l'une à droite, l'autre à gauche. Si vous rapprochez vos regards insensiblement de l'objet A, les images se rapprocheront. Enfin regardant A fixement, vous n'en voyez plus qu'un. Fig. 60.

ARISTE. C'eſt par le même principe, que les gens ivres voyent tout double.

PROPOSITION III.

183. *Deux objets placés hors de l'Horoptere peuvent paroître le même.*

Fig. 67. Soient les deux objets A & B dans les deux Axes optiques CAD, EBD.

Je dis que A & B paroîtront le même objet en D.

A ſera vû dans l'Horoptere FG par le rayon CAD *, & par conſéquent en D; de même, B ſera vû en D par le rayon EBD. Or deux objets vûs dans le même endroit, paroîtront le même, les traits de l'un étant confondus avec les traits de l'autre. Donc A & B paroîtront le même objet en D, ſurtout s'ils ſont parfaitement ſemblables.

* N. 93.

Mais au même temps, un autre rayon CBG fera voir l'objet B en G; & un autre rayon EAF, l'objet A en F. Ainsi l'on verra trois objets; & si les objets A & B sont parfaitement semblables, les trois paroîtront semblables. S'ils sont différents, celui du milieu D participera de la couleur de A & de celle de B: mais B paroîtra en G précisément avec sa couleur; A en F, avec la sienne précisément, parce que B ne paroîtra point en F, ni A en G.

PROPOSITION IV.

184. *Un corps opáque* AB *compris entre les deux Axes optiques* CD, ED, *ne dérobera aucune partie de l'objet* FG *aux deux yeux* C, E, *à la fois.* Fig. 68.

1°. De tous les points de la partie DG, on peut tirer des lignes droites en C; donc AB ne cache-

ra point à l'œil C la partie DG de l'objet.

2°. De tous les points de la partie DF, on peut tirer des lignes droites en E : donc AB ne cachera point à l'œil E la partie FD de l'objet.

Donc un corps opaque AB, &c.

PROPOSITION V.

Fig. 88. 185. *Mais le corps opaque* AB *compris entre les Axes optiques* CD, ED, *dérobera à un œil* C *une partie* DF *de l'objet, & une partie* DG *à l'autre œil* E.

Car de la partie DF, on ne peut tirer des lignes droites en C; on n'en peut tirer en E de la partie DG: donc le corps opaque AB, &c.

PROPOSITION VI.

Fig. 68. 186. *Si un corps opaque* AB *est compris entre les Axes optiques* CD, ED, *une partie* DG *vûe d'un œil* C, *est à la distance* CE *des deux*

yeux, comme la distance GB *d'une extrémité* B *du corps opaque à l'Horoptere* FG, *est à la distance de cette même extrémité* B *à l'œil* E.

Je dis que DG. CE :: GB. BE.

CE est parallele à DG : donc l'angle GEC = DGE alterne (*a*) : ainsi les angles au sommet B étant égaux, les Triangles BDG, BEC sont semblables (*b*) : donc DG. GB :: CE. BE (*c*) ; & par conséquent DG. CE :: GB. BE (*d*).

Proposition VII.

187. *Si le diamétre* AB *d'une Sphére est égal à la distance réciproque* EC *des deux yeux* E & C ; & *qu'une ligne droite* DF *tirée du centre* D *de la Sphére au milieu* F *de la distance* EC, *soit perpendiculaire sur cette distance, les yeux* E & C, Fig. 69.

(*a*) Géométrie, N. 101.
(*b*) Ibid. N. 133.
(*c*) Ibid. N. 150.
(*d*) Calcul Littéral, N. 144.

portés autour de l'axe DF, *verront tout l'hémiſphére.*

Soient les rayons CB, EA perpendiculaires ſur les extrémités de EC.

1°. Les angles en D, F, C faits par des perpendiculaires étant droits (*a*), l'angle B l'eſt (*b*). D'ailleurs BD = FC parallele & compris entre mêmes paralleles (*c*) ainſi CB perpendiculaire ſur l'extrémité B du demi-diamétre BD ſera le rayon tangent par où l'œil C verra le point B, tandis que l'œil E verra le point A par le rayon EA, par la même raiſon.

2°. Puiſque l'angle D eſt droit, BG ſera quart de cercle, auſſi bien que AG (*d*); & par conſéquent les deux yeux verront le demi-cercle AGB.

Enfin, faites tourner le Rectangle

(*a*) Géométrie, N. 95.
(*b*) Ibid. N. 175.
(*c*) Ibid. 40. 44. (*d*) Ibid. N. 93.

gle BF ou AF sur l'axe DF : le quart de cercle BG ou AG décrira un hémisphére, qui sera vû comme AGB, tout entier.

PROPOSITION VIII.

188. *Si la distance* EC *des yeux* E, C, *est plus grande que le diamétre* AF + FD *de la Sphére, les yeux portés autour de l'axe* FG *verront plus que l'hémisphére.* Fig. 70.

1°. EG = GC > AF, par l'hypothèse.

2°. Le rayon visuel EH tangent en A, étant perpendiculaire sur AF (a), l'angle HAF est droit (b), l'angle AFH aigu, & par conséquent l'arc AK > AB. Par la même raison, KD > DB.

Ainsi l'arc AKD vû par les deux yeux E & C, doit être plus grand que l'arc ABD.

3°. Faites tourner le plus grand

(a) Géométrie, N. 79.
(b) Ibid. N. 93.

segment de cercle AFDK sur l'axe GFH : ce segment décrira un segment de Sphére plus grand que l'hémisphére : or ce segment, les deux yeux E, C, le verront comme l'arc AKD : donc ils verront plus que l'hémisphére.

Proposition IX.

Fig. 71. 189. *Si la distance* EC *des deux yeux* E, C, *est moindre que la valeur du diamétre* AD + DB, *les yeux portés autour de l'axe* FD *verront moins que l'hémisphére.*

Si la distance EC des yeux E, C, étoit égale au diamétre KL parallele à EC, FC égaleroit DL; & le rayon visuel se trouveroit parallele à l'axe DFH*.

* N. 188. Ainsi, puisque FC < DL = DB, par l'hypothése, le rayon visuel prolongé doit faire un angle aigu, par exemple, CHF = BHD avec l'axe DH; & ce rayon sera BCH*, faisant avec l'axe

* N. 171.

DH & le demi-diamétre DB le Triangle BHD.

Cela posé ; l'angle DBH fait par le rayon tangent BC + CH étant droit, l'angle BDH = BDI est aigu, & l'arc BI = AI est moindre que le quart de cercle (a): donc l'arc AIB est moindre que le demi-cercle : donc le segment de Sphére fait par ce segment de cercle tournant sur l'axe DH, sera plus petit que l'hémisphére. Or ce segment de Sphére sera le segment vû par les deux yeux : donc ils verront moins que l'hémisphére.

Enfin, verrons-nous, Eudoxe, comment l'on se voit soi-même dans les Miroirs ?

Eudoxe. Je vous y reverrai bientôt.

(a) Géométrie, N. 79. 93.

XIII. ENTRETIEN.

Sur les Miroirs plans.

ARISTE. COmmencerons-nous, Eudoxe, par nous rappeller, à la vûe de ces figures, ce qu'il y a de plus général dans les Miroirs avant que d'entrer dans un détail suivi des Miroirs différents ?

EUDOXE. Cet ordre, Ariste, répandra le jour nécessaire pour suivre des rayons infiniment déliés dans leurs mouvemens réfléchis & rapides.

190. *ARISTE.* Parlons donc de la *Catoptrique* ou de la science des rayons réfléchis, & par conséquent des Miroirs qui sont des Surfaces extrémement polies & propres à réfléchir la lumière.

191. La ſurface du Miroir eſt-elle plane? C'eſt un Miroir plan; ſphérique? c'eſt un Miroir convexe ou concave. Le *point d'incidence* ou de *réfléxion* eſt le point A qui reçoit le rayon direct BA, ou qui le réfléchit. A eſt point d'incidence à l'égard de BA; point de réfléxion à l'égard de AC. Fig. 72.

192. La *Cathete d'incidence* eſt une perpendiculaire BE tirée du point d'où part le rayon d'incidence BA ſur la Surface réfléchiſſante EG; la *Cathete de réfléxion* ou de l'œil eſt une perpendiculaire CG tirée de l'extrémité C du rayon réfléchi AC ſur la même Surface EG. La *Cathete d'inclinaiſon* eſt une perpendiculaire AD élevée ſur le Miroir, du point A d'incidence ou de réfléxion, & qui ſert à déterminer l'angle d'inclinaiſon BAD ou CAD, formé par le rayon d'incidence AB, ou par le rayon réfléchi AC avec la perpendiculaire AD. Fig. 72.

Enfin le rayon d'incidence fait avec le Miroir l'*Angle d'incidence* BAE ; le rayon réfléchi fait avec le Miroir l'*Angle de réfléxion* CAG.

Cela supposé ;

PROPOSITION I.

193. *L'angle de réfléxion est égal à l'angle d'incidence.*

Fig. 72. Soit le demi-cercle EFG perpendiculaire sur un Miroir EAG : Ayant pris deux arcs égaux EH, IG, placez l'objet en B, & l'œil en C : l'œil C verra l'objet B ; & il ne le verroit pas si l'on couvroit le point d'incidence A : donc l'angle de réfléxion CAG & l'angle d'incidence BAE auront pour mesure des arcs égaux, IG, EH : or les angles qui ont pour mesure des arcs égaux sont égaux : donc l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

De-là, 1°. Le rayon DA qui

tombe perpendiculairement sur le Miroir, revient sur lui-même.

2°. Le rayon d'incidence BA, le rayon réfléchi AC, la Cathete d'incidence BE, la Cathete de réfléxion CG, & la Cathete d'inclinaison DA sont dans le même Plan.

Eudoxe. Et l'on pourra se regarder dans un Miroir sans se voir.

Ariste. Oui, puisque le rayon d'incidence BA s'en va de l'autre part faisant un angle aigu CAG = BAE.

PROPOSITION II.

194. *Une ligne droite* DA *qui partagera par le milieu l'angle* BAC *formé par le rayon d'incidence* BA *&* *par le rayon réfléchi* AC, *sera perpendiculaire à la Surface* EG *du Miroir.* Fig. 72.

Je dis que DA sera perpendiculaire sur EG.

L'angle d'incidence BAE =

* N. 194. CAG *, & l'angle BAD=DAC; puisque DA partage BAC par le milieu : donc les angles DAE, DAG sont égaux & droits (*a*) : donc DA sera perpendiculaire sur EG (*b*).

Vous croyez apparemment, Eudoxe, que chaque point du Miroir réfléchit des rayons qui viennent de chaque partie de l'objet.

EUDOXE. Chaque point de l'objet ne paroît-il pas dans chaque point du Miroir ?

ARISTE. Aussi.

PROPOSITION III.

Fig. 73. 196. *Chaque point* A *du Miroir* GAF *sera le sommet de deux Pyramides* BAC, DAE, *dont l'une aura sa base dans l'objet* BC ; *& l'autre, dans l'œil* DE, *ou dans l'air.*

Faisons venir les rayons BA,

(*a*) Géométrie, N. 93.
(*b*) Ibid. N. 96.

CA

CA, de deux points oppoſés B, C, du Soleil : l'angle d'incidence BAF > CAF : donc l'angle de réfléxion DAG > EAG* : donc les rayons, après avoir fait la Pyramide BAC en ſe réuniſſant en A, feront la Pyramide DAE en s'écartant. Donc le point A ſera le ſommet de deux Pyramides BAC, DAE. * N. 194.

EUDOXE. Mais ſi deux rayons partis du même point du corps lumineux E, viennent tomber ſur deux points C, D, *du Miroir.....* Fig. 74.

ARISTE. La réfléxion les écartera encore : car l'angle d'incidence extérieur ECH étant plus grand que l'angle d'incidence EDH (*a*), l'angle de réfléxion FCG ſera plus grand que l'angle de réfléxion BDG*. * N. 194.

EUDOXE. Auſſi un Miroir plan ne brûle point ſeul, parce que loin de réunir les rayons dans un

(*a*) Géométrie, N. 129.

point, il les disperse.

PROPOSITION IV.

197. *Dans le Miroir plan, l'objet paroît à la rencontre de la Cathete d'incidence & du prolongement des rayons réfléchis.*

Soient A, l'objet; AB, AC,
Fig. 75. rayons d'incidence partis du même point A; BD, CE, rayons réfléchis; D, E, les yeux; AF, Cathete d'incidence; FG, prolongement de la Cathete AF = FG; BG, CG, prolongemens des rayons réfléchis BD, CE.

Je dis que l'objet A paroîtra en G.

1°. L'angle FBG = DBH opposé
* N. au sommet = FBA*; les angles en
194. F sont droits, & le côté FB, commun: donc FAB, FGB, sont deux Triangles égaux (a): ainsi, comme BA rencontre FA en A, BG ou DBG rencontre FG = FA en G.

(a) Géométrie, N. 137.

2°. Par la même raison, CG ou ECG rencontrera FG en G.

Or l'objet paroît dans le point où les rayons réfléchis & prolongés DBG, ECG, se trouvent réunis, puisque ce sont des Axes optiques reçûs dans les deux yeux, & que l'objet paroît naturellement dans le point où les Axes sont réunis au dehors *. *N. 93.

Donc dans le Miroir plan, l'objet paroît à la rencontre de la Cathéte d'incidence & du prolongement des rayons réfléchis.

De-là, l'objet ne paroît pas double, quoiqu'il soit vû des deux yeux dans le Miroir.

PROPOSITION V.

198. *Dans le Miroir plan, après une réfléxion, le lieu apparent de l'objet est autant au-delà du Miroir que l'objet est en deçà.*

G est le lieu apparent de l'objet A : or G est autant au-delà du Fig. 75.

Miroir FBH, que A est en deçà; * N. puisque GF = FA *.

197. *EUDOXE*. Aussi un Miroir plan horisontal attaché au lambris d'un Cabinet fait paroître l'objet autant au-dessus du lambris, que l'objet est au-dessous.

ARISTE. Par la même raison, dans la Galerie de Versailles, ne croiriez vous point la voir de même au-delà des glaces ?

PROPOSITION VI.

199. La distance de l'œil à l'image est la longueur du rayon réfléchi
Fig. 75. *& du rayon d'incidence.*

* N. Cette distance est DB + BG *:
198. or DB est le rayon réfléchi, & BG = BA rayon d'incidence, puisque le Triangle FGB =
* N. FAB *.
197. Ainsi l'objet A paroîtra par la réfléxion, comme il paroîtroit directement s'il étoit en G.

PROPOSITION VII.

200. *Dans le Miroir plan horisontal, les grandeurs verticales paroîtront renversées.*

Soient le Miroir plan horisontal, ou l'étang BC; la grandeur verticale, ou l'arbrisseau DE; sa partie inférieure D; la partie supérieure E. Fig. 76.

Je dis que DE paroîtra renversé.

E regardée de H en I, paroîtra en F; & D regardée de H en K, paroîtra en G, puisque le lieu apparent de l'objet est autant au-delà du Miroir, que l'objet est en deçà * : donc E paroîtra plus au-delà du Miroir, ou plus près du centre de la Terre, que D. Or un objet paroît renversé quand la partie supérieure semble être plus proche du centre de la Terre : donc DE paroîtra renversé. * N. 198.

EUDOXE. Par la même raison, un Miroir plan horisontal redressera les objets renversés. Mais, Ariste, il s'agit de résoudre ici deux Problêmes qui viennent s'offrir à mon esprit.

PROBLÉME I.

Fig. 77. 201. *Connoissant le point* A *d'où part le rayon, & le lieu de l'œil* B, *trouver le point de réfléxion* C.

ARISTE. Soient donc A & B, points connus; AD, Cathete d'incidence; BE, Cathete de réfléxion*, perpendiculaires connues; AC, rayon d'incidence; CB, rayon réfléchi : je prens la distance DE des Cathetes... Il faut trouver le point de réfléxion C, ou la distance CE de ce point à la Cathete de l'œil.

* N. 193.

Les angles D, E, sont droits, étant faits par des perpendiculaires; & l'angle de réfléxion BCE = ACD, angle d'incidence*:

* N. 194.

donc les Triangles CAD, CBE sont semblables (*a*) : donc AD. BE : : DC. CE (*b*) : donc AD + BE. BE : : DC + CE, ou DE. CE (*c*) : donc j'aurai CE dans le quatriéme terme de la proportion.

EUDOXE. En un mot, comme la somme des Cathétes d'incidence & de réfléxion est à la Cathéte de réfléxion ; ainsi la distance des Cathetes est à la distance du point de réfléxion à la Cathete de réfléxion ; analogie qui donne le point de réfléxion.

PROBLÉME II.

202. *Trouver par le moyen d'un Miroir plan une hauteur accessible.*

ARISTE. Soient AD la hauteur ; AC, CB, les rayons d'incidence & de réfléxion. *Fig.* 77.

(*a*) Géométrie, N. 133.
(*b*) Ibid. N. 150.
(*c*) Calcul Littéral, N. 144.

1°. Ayant placé le Miroir DE horisontalement, je recule jusqu'à ce que j'y voie, par éxemple, au point C, la cime A de la hauteur.

2°. Je prens l'élevation EB de l'œil B ; la distance EC du point E où je suis, au point de réfléxion C, & la distance CD de ce point à la hauteur accessible.

3°. Comme les Triangles CBE, CAD sont semblables *, je dirai EC. CD : : EB. AD (a) : le quatrième terme de la proportion sera la hauteur accessible : & c'est la résolution du second Problême.

* N. 201.

PROPOSITION VIII.

203. *Dans le Miroir plan, les grandeurs paralleles au Miroir paroîtront paralleles au Miroir.*

Fig. 78. Soient LS+SM, Miroir plan ; NO, grandeur parallele ; NF,

(a) Géométrie, N. 150.

OR, Cathetes d'incidence prolongées & perpendiculaires égales; NL = LF = SR = OS.

Je dis que NO regardée obliquement de P en X, Z, paroîtra parallele au Miroir LS + SM.

Le point N paroîtra en F, & le point O en R*: donc l'apparence de NO sera FR: mais FR est parallele à LS (*a*), puisque LF & SR sont perpendiculaires égales: donc NO paroîtra parallele au Miroir LS + SM (*b*). * N. 198.

PROPOSITION IX.

204. *Les grandeurs inclinées au Miroir plan, y paroîtront inclinées.*

Soient BC, grandeur inclinée, faisant avec le Miroir BD l'angle aigu CBD; CF & HK, Cathetes d'incidence, CG = GF, HI = IK. Fig. 79.

Je dis que BC paroîtra en BF,

(*a*) Géométrie, N. 40.
(*b*) Ibid. N. 41.

faisant l'angle FBD = CBD.

1°. Le point C vû de l'œil O ; paroîtra en F ; le point H, en K ;
* N. 198. le point B, en B* : donc BF sera l'apparence ou l'image de BC.

2°. Dans les Triangles BCG, BFG, les angles en G sont droits, les côtés CG & GF égaux, & BG commun, donc les deux Triangles sont égaux (*a*), & par conséquent l'angle FBD = CBD.

Ainsi l'angle fait par la grandeur inclinée avec le Miroir, est égal à l'angle fait par l'image avec le Miroir.

PROPOSITION X.

205. *Si l'inclinaison du Miroir plan varie d'un dégré, celle du rayon réfléchi varie de deux.*

Fig. 80. Soient AB, Miroir plan horisontal ; CD rayon d'incidence ; DE, rayon réfléchi par AB ; FG, le Miroir incliné, ensorte que

(*a*) Géométrie, N. 136.

l'angle FDA soit d'un dégré; DB, le rayon réfléchi par FG, ou DE descendu en DB:

Je dis que l'angle EDB, variation du rayon, est double de l'angle FDA, variation du Miroir.

L'angle d'un dégré FDA = BDG opposé au sommet; & l'angle d'incidence CDF = BDG, angle de réfléxion * : donc CDF = FDA: donc CDA = 2FDA. Or l'angle de réfléxion EDB = CDA, angle d'incidence correspondant: donc EDB = 2FDA: donc l'angle EDB est double de l'angle FDA.

* N. 194.

Eudoxe. De-là, si l'on incline un Miroir plan, l'inclinaison du rayon réfléchi d'abord sera double de l'inclinaison du Miroir. Et si le Miroir tremble, le tremblement du rayon sera double (*a*).

(*a*) Ainsi dans l'attaque d'une Place, un Miroir suspendu à un Ouvrage dans une situation à réfléchir les rayons du Soleil, pourroit servir à découvrir le Mineur.

ARISTE. Aussi l'eau qui coule lentement, ne laisse pas de renvoyer les rayons fort loin & avec beaucoup de vivacité.

PROPOSITION XI.

Fig. 81. 206. *Si le Miroir* EC *s'incline à un Plan horisontal* EF, *le Plan semblera monter au-delà du Miroir.*

L'angle BEG, fait par l'image EI & le Miroir EC, répond à l'angle BEK fait par le Plan EF & le Miroir EC*: donc l'angle BEK diminuant par l'inclinaison, l'angle BEG diminue: or l'angle BEG ne peut diminuer de la sorte, que l'angle GEH n'augmente, ou que l'image EI ne semble monter.

* N. 204.

EUDOXE. Aussi lorsque le Miroir s'incline vers le pavé, le pavé paroît s'élever au-delà du Miroir.

PROPOSITION XII.

207. *Ariste. Et si le Miroir s'incline d'un dégré vers le Plan horisontal, ce Plan semble s'élever de deux.*

Si l'angle BEK fait par le Miroir incliné & le Plan est de 89 dégrés, l'angle BEG fait par l'image & le Miroir est aussi de 89 dégrés *: mais l'angle BEH formé par le Miroir incliné & l'horison, est de 91 dégrés (*a*): donc la différence ou l'élévation apparente GEH est de deux dégrés. Fig. 81.

* N. 204.

PROPOSITION XIII.

208. *Si le Miroir* IK *est incliné de 45 dégrés à l'horison, l'image* IM *de l'objet horisontal* IL *y paroîtra verticale.* Fig. 82.

L'angle LIK fait par l'objet IL & le Miroir IK, étant de 45 dégrés, l'angle MIK formé au-

(*a*) Géométrie, N. 122.

delà du Miroir par l'image IM & le Miroir IK, sera aussi de 45 dégrés : donc l'angle total MIL sera droit : donc l'image IM paroîtra perpendiculaire à l'horison ou verticale (*a*).

PROBLÉME I.

Fig. 83. 209. *EUDOXE. Par la même raison, ce semble, si le Miroir est incliné à l'horison de 45 dégrés, l'image QO de l'objet vertical NO y paroîtra horisontale.*

Car l'angle NOP sera de 45 dégrés par l'hypothèse : or l'angle QOP = NOP *: donc l'angle QON sera droit : donc QO sera perpendiculaire sur NO, ainsi que l'horison (*b*) : donc l'image QO sera parallele à l'horison.

* N. 198.

Encore un Problême, Ariste.

(*a*) Géométrie, N. 96.

(*b*) Ibid.

PROBLÉME II.

210. *Faire voir un corps pesant qui semble monter de lui-même.* Fig. 84.

Ariste. Soit le Plan incliné AD, creusé en zic-zague, & propre à diriger la boule B en C.

Sur la partie supérieure HD du Plan incliné, je dispose un Miroir DG tellement incliné au Plan AD que ce plan y paroisse vertical *. * N. 208.

La partie supérieure B du Plan incliné AD paroîtra dans la partie inférieure F de l'image ; la partie inférieure C, dans la partie supérieure E*. * N. 198.

Cela posé ; 1°. Je laisse couler une boule de B en C. En descendant d'elle-même sur le Plan AD, elle paroîtra monter dans l'image, puisque B doit paroître en F, & C en E.

2°. S'il y a un trou en B, & un trou en C ; que la boule descende par le trou C sur une espéce de

ſupport, qui par le moyen d'un reſſort la remette en B; le jeu ſera continu.

PROPOSITION XIV.

211. *Dans le Miroir plan, l'image ſera ſemblable & égale à l'objet.*

Fig. 85. De chaque point *d*, *e*, *f*, de l'objet, tirez ſur le Miroir AB une perpendiculaire *d*D, *e*E, *f*F, prolongée & double de la diſtance *d*1, *e*2, *f*3, de l'objet au Miroir.

Chacune de ces perpendiculaires eſt une Cathéte d'incidence partie d'un point de l'objet*: donc le point *d* doit paroître au point D; *e* en E; *f* en F*: donc tous les points de l'image paroîtront auſſi éloignés du Miroir, & les uns des autres, que les points de l'objet: donc l'image ſera ſemblable & égale à l'objet.

* N. 193.

* N. 198.

212. *EUDOXE.* Par la même raiſon, ce ſemble, *ce qui eſt à droite*

droite dans l'objet, doit paroître à gauche dans l'image du Miroir plan.

Car chaque point *d* ou *f* paroissant dans un point D ou F de la Cathete d'incidence*, ce qui est à droite paroîtra vis-à-vis de ce qui est à droite; ce qui est à gauche, vis-à-vis de ce qui est à gauche. *Fig. 85.* * *N. 211.*

Or ce qui est dans l'image vis-à-vis de la droite de l'objet, paroît à gauche dans l'image; & ce qui se trouve vis-à-vis de la gauche, paroît à droite. Si l'on se regarde dans un Miroir plan, le bras droit paroît le bras gauche dans l'image; & le bras gauche paroît le bras droit.

Mais croyez-vous, Ariste, qu'un seul Miroir de Verre puisse multiplier l'objet?

ARISTE. Oui.

PROPOSITION XV.

213 *Un seul Miroir de verre peut multiplier l'objet.*

Fig. 86. Soient A, l'objet; B, l'œil; CD, la Surface extérieure du Miroir; FG la Surface intérieure & étamée; AI, Cathete d'incidence; CH=AC, AF=IF: AD, AG, rayons d'incidence.

Je dis que l'objet A paroîtra en H & en I, & par conséquent multiplié.

L'angle d'incidence ADC < AKC extérieur (*a*) = AGF (*b*): donc l'angle de réfléxion BDL < BGM. Donc les rayons réfléchis DB, GB, feront un angle en B.

Or par le rayon BD prolongé directement en H, l'œil B verra l'objet A en H; & par le rayon BG prolongé en I, l'œil B verra l'objet en I* ; donc l'objet A paroîtra en H & en I (*c*).

*N. 93.

(*a*) Géométrie, N. 129.

(*b*) Ibid. N. 104.

(*c*) Par le même principe, un Miroir épais regardé obliquement peut représenter

Eudoxe. La seconde image I doit être plus sensible, parce que le Vif-argent qui est plus dense que le Verre, réfléchira plus de rayons. Fig. 86.

Pour le Miroir cassé, sans doute il multipliera l'objet entre vos mains.

Ariste. Pas toujours.

PROPOSITION XVI.

214. *Le Miroir cassé multipliera l'objet, quand les fragmens* AB, BC, *ne seront point dans le même Plan, c'est-à-dire, lorsqu'ils feront un angle.* Fig. 87.

Soient D, l'objet; E, l'œil; DA, DF, deux Cathetes d'incidence tirées de l'objet D sur les deux fragmens AB, BC, faisant l'angle ABC; AG prolongement

plus de deux images du même objet. Une partie du rayon GB réfléchie par le point P en M, & par le point M en N fera voir l'objet A au-dessous du point I.

= DA, DB = BH, je dis que D sera multiplié.

Le rayon EI réfléchi par AB fera voir l'objet D en G; le rayon FE réfléchi par BC fera voir l'objet D en H*. Or un objet qui paroît en même temps en divers endroits, est multiplié: donc D le sera.

* N. 198.

Proposition XVI.

Fig. 88. 215. *Mais si les fragmens* MO, ON, *sont dans le même Plan, ou qu'ils ne fassent pas un angle; le Miroir cassé* MN *ne multipliera point l'objet* P *à raison de la fracture.*

Dans cette hypothèse, il n'y aura qu'une Cathéte d'incidence, ou qu'une perpendiculaire PM tirée de l'objet sur le plan (*a*).

Soit le prolongement MR = PM.

Les Triangles MIP, MIR seront égaux, ainsi que les Trian-

(*a*) Géométrie, N. 303.

MOP, MOR *: donc les rayons * N. réfléchis ne feront voir l'objet P 197. qu'en R *: or l'objet qui ne paroît *N.93. en même temps que dans un endroit, n'est pas multiplié: donc le Miroir cassé MN ne multipliera point l'objet P, à raison de la fracture.

EUDOXE. En un mot les parties de ce Miroir ne faisant qu'un Plan, il représentera l'objet dans un point seul de la Cathéte, comme le Miroir plan.

216. Enfin, Ariste, il faut *multiplier le même objet à l'infini par deux Miroirs plans.*

ARISTE. Soient donc AB, CD Fig. 89. deux Miroirs paralleles; E, l'objet; F, l'œil; GH perpendiculaire à AB & par conséquent à CD (a); CI = EC; AL = AE; CK = CL; CH = CM, &c.

Je dis que le Miroir CD fera voir l'objet E en I par une seule

(a) Géométrie, N. 46.

réfléxion ; en K, par une double ; en H par une triple, &c.

1°. Par une réfléxion seule, le Miroir CD fera voir l'objet E à l'œil F dans la Cathéte d'incidence EI autant au-delà du Miroir
* N. 298. qu'il est en deçà* : or CI = CE par la construction : donc par une réfléxion seule, le Miroir CD fera voir l'objet en I.

2°. Après deux réfléxions, l'une en S, l'autre en O, le Miroir CD fera voir l'objet E, comme s'il
* N. 299. étoit en L* : or si l'objet E étoit en L, le Miroir CD le feroit voir
* N. 298. à l'œil F en K*, puisque CK = CL. Donc par une double réfléxion, l'objet E doit paroître en K.

3°. Après trois réfléxions en R, Q, P, le Miroir CD fera voir l'objet E comme s'il étoit en M* : or si l'objet E étoit en M, le Miroir CD le feroit voir en H ; car CH = CM :

Donc par une triple réfléxion

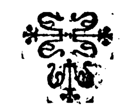
l'objet E paroîtra en H, &c.

Comme il y a dans chacun des Miroirs une infinité de points qui peuvent causer une infinité de réfléxions, l'image de l'objet peut-être toujours plus éloignée : mais comme la lumière diminue toujours à force de réfléxions, les images de l'objet deviennent insensibles.

EUDOXE. Aussi, qu'un Lustre soit suspendu entre deux glaces dans un Salon : les réfléxions simples, doubles, triples, &c. feront paroître le Lustre, simple, double, triple, &c. plus éloigné à proportion, & moins éclatant.

ARISTE. Vous voyez ces Miroirs sphériques, Eudoxe.

EUDOXE. Nous les verrons de plus près au premier jour.



XIV. ENTRETIEN.

Sur les Miroirs sphériques convexes.

EUDOXE. DE grace, Ariste, rappellez-moi en Propositions suivies mes idées sur les Miroirs sphériques convexes.

ARISTE. Voici mes idées là-dessus ; seront-elles les vôtres ?

PROPOSITION I.

217. *Sur le Miroir sphérique, l'angle de réfléxion est égal à l'angle d'incidence.*

Fig. 90. Soit ABC, grand cercle du Miroir ; BD, demi-diamétre de ce cercle ; HI, Tangente perpendiculaire à ce diamétre ; BH = BI :

Je dis que l'angle de réfléxion LBC est égal à l'angle d'incidence KBA.

1°.

1°. L'angle rectiligne LBI = KBH *. *N. 194.

2°. L'angle mixte CBI = ABH : car les côtés BI, BH étant égaux, le côté BD commun, & les angles compris droits, les Triangles BID, BHD, sont égaux (a) : ainsi l'angle BDC = BDA, & l'arc BC = BA.

D'ailleurs, le rayon DC = DA, & par conséquent CI = AH, puisque DI = DH.

Donc l'angle CBI = ABH :

Cela posé ; l'angle LBC est formé de deux angles, égaux, pris ensemble, aux deux angles qui forment l'angle KBA : donc l'angle LBC = KBA.

Ainsi le rayon oblique KB, ne revient pas sur lui-même.

PROPOSITION II.

218. *La ligne* DBM *tirée du centre* D *par le point* B *de réfléxion* Fig. 90.

(a) Géométrie, N. 136.

divise par le milieu l'angle KBL *fait par le rayon d'incidence* KB *& le rayon réfléchi* BL.

Je dis que l'angle MBL = MBK.

L'angle droit MBH fait par le prolongement MB du rayon DB, & par la Tangente HI, est égal à l'angle droit MBI (*a*) : & l'angle de réfléxion LBI est égal à l'angle d'incidence KBH: or des angles droits égaux MBI, MBH, ôtez les angles égaux LBI, KBH: reste l'angle MBL = MBK (*b*); donc l'angle MBL = MBK.

PROPOSITION III.

Fig. 90. 219. *La Cathéte d'incidence* KP *étant réfléchie, reviendroit sur elle-même.*

C'est une perpendiculaire sur le Miroir ABC*: donc n'ayant aucune direction pour aller à

* N. 193.

(*a*) Géométrie, N. 10.
(*b*) Ibid.

droite ou à gauche, elle revien-
droit sur elle-même.

PROPOSITION IV.

220. *La Cathéte d'incidence* KP *& la Cathéte de réfléxion* LN *prolongées se rencontreront dans le centre* D *du Miroir sphérique.* Fig. 90.

Ce sont des lignes perpendiculaires sur la surface sphérique *, & dont les prolongemens PD, ND sont rayons : or les rayons se rencontreront dans le centre (*a*). * N. 193.

PROPOSITION V.

221. *Le rayon réfléchi* DC, *étant prolongé du côté du Miroir, doit rencontrer la Cathéte d'incidence* AB. Fig. 91.

Soit D le point de réfléxion.

1°. Le rayon d'incidence AD, le rayon réfléchi DC & les Cathétes AB, CB, sont dans le même Plan *. * N. 194.

(*a*) Géométrie, N. 18.

2°. Faisons dans ce Plan l'angle BCE = ABC : donc CE & AB seront paralleles (a), les angles alternes B & BCE étant égaux.

Ainsi, DC qui rencontre CE parallele à AB, n'est parallele à CE (b), ni à AB (c) : donc DC prolongée vers le Miroir doit faire quelque angle avec AD ou rencontrer AB, sçavoir en F.

EUDOXE. Par la même raison, le rayon d'incidence AB rencontrera la Cathéte de réfléxion CB.

ARISTE. Sçavoir en G.

PROPOSITION VI.

Fig. 92. 222. *Si les yeux* A, B, *se trouvent dans différents Plans du Miroir, ayant même axe, ou une section commune* CD, *l'image de l'objet paroîtra dans la rencontre* C *de la Ca-*

(a) Géométrie, N. 102.
(b) Ibid. N. 40.
(c) Ibid. N. 47.

thète d'incidence DC *& des rayons réfléchis.*

1°. L'image paroîtra dans l'endroit où les rayons AEC, BFC réfléchis aux yeux d'une part & prolongés de l'autre, se rencontreront, c'est-à-dire, dans le sommet du Cône lumineux formé par ces rayons*. *N 93. & 181.

2°. Ces rayons réfléchis par les tranchants des Plans qui se couperont, étant prolongés dans le Miroir même, se rencontreront dans la commune section de ces Plans: or cette commune section est la Cathéte d'incidence DC*, puisque c'est une perpendiculaire qui part de l'objet D & passe par le centre C : donc l'image paroîtra dans la rencontre de la Cathéte d'incidence & du rayon réfléchi (*a*). * N. 219.

(*a*) Si les deux yeux se trouvoient dans le même Plan, les prolongemens des rayons réfléchis se rencontreroient un peu avant la Cathéte d'incidence : mais la distance étant petite, on la compte pour rien.

PROPOSITION VII.

Fig. 93. 223. *Dans le Miroir sphérique convexe, si l'angle au centre A formé par la Cathéte d'incidence AB & la Cathéte d'inclinaison AC est double de l'angle d'incidence; l'image D est à la surface du Miroir.*

Soient l'angle d'incidence BEX = FEZ angle de réfléxion *; l'angle CEB = CEF, puisque la Cathéte d'inclinaison CEA divise l'angle BEF par le milieu *.

* N. 217.

* N. 218.

Je dis que l'image D se trouve à la surface du Miroir.

1°. La somme des angles du Triangle DEA, est égale à la somme des angles BEX, FEZ, CEB, CEF (*a*).

2°. L'angle A, double de l'angle BEX, vaut BEX + FEZ = BEX; & l'angle AED = CEF opposé au sommet; donc l'angle ADE = CEB = CEF = AED:

(*a*) Géométrie, N. 95. 122.

Donc l'angle ADE = AED : donc le Triangle DEA est isocele : donc AD = AE, demi-diamétre (b) : donc le prolongement ED du rayon réfléchi FE aboutit à la surface ; & par conséquent l'image D paroît à la surface du Miroir *. * N. 222.

PROPOSITION VIII.

224. *Si l'angle au centre* A, *formé par la Cathéte d'incidence* AB *& par la Cathéte d'inclinaison* CA *est moindre que le double de l'angle d'incidence* BGD, *l'image* H *sera en dedans du Miroir.* Fig. 94.

Par l'hypothèse, l'angle A < BGD, angle d'incidence, + EGF, angle de réfléxion = BGD * ; & l'angle AGH = CGE opposé au sommet : donc l'angle GHA > BGC = CGE * = AGH : donc l'angle GHA > AGH ; donc le demi diamétre AG > * N. 217. * N. 218.

(a) Géométrie, N. 127.

AH. Donc le prolongement GH du rayon réfléchi EG, aboutissant en H, l'image H paroîtra en dedans du Miroir.

PROPOSITION IX.

Fig. 95. 225. Enfin, *Si l'angle au centre A formé par la Cathéte d'incidence AB & la Cathéte d'inclinaison CA, est plus grand que le double de l'angle d'incidence BEF = GEI; l'image L doit paroître hors du Miroir.*

Par l'hypothèse, l'angle A > BEF angle d'incidence + GEI angle de réfléxion = BEF; & l'angle AEL = CEG opposé au sommet : donc l'angle ALE < CEB = CEG * = AEL : donc l'angle ALE < AEL : donc le côté AL > AE demi-diamétre : donc EL prolongement du rayon réfléchi GE rencontrera la Cathéte d'incidence hors du Miroir : donc l'image L doit paroître hors du Miroir.

* N. 218.

Passerons-nous des Miroirs sphériques convexes aux Miroirs sphériques concaves?

Eudoxe. Demain au plus tard.

XV. ENTRETIEN.

Sur les Miroirs sphériques concaves.

Eudoxe. REdites-moi donc encore, Ariste, ce que ces nouvelles figures vous disent.

Ariste. Vous le voulez, Eudoxe, c'en est assez. J'appellerai *Foyer* du Miroir le point où les rayons paralleles à l'axe rencontreront l'axe même après la réflexion.

PROPOSITION I.

226. *Dans un Miroir sphérique concave*, ABC, *la ligne tirée du centre, au point de réflexion* B, *partage en deux parties égales l'angle* Fig. 96.

FBE *formé par le rayon direct* FB *& le rayon réfléchi* BE.

Soit la Tangente GBH : je dis que l'angle FBD = DBE.

1°. L'angle DBG = DBH, droit ou formé par une Tangente sur un rayon (*a*).

2°. l'angle FBG = EBH ; car si un rayon tombe sur un point d'une ligne droite, l'angle de réfléxion est égal à l'angle d'incidence *.

* N. 194. Or de choses égales DBG, DBH, ôtez choses égales FBG, EBH ; les restes seront égaux : donc l'angle FBD = DBE.

Proposition II.

Fig. 97. 227. *Si l'inclinaison du rayon tombé sur un Miroir sphérique concave parallelement à l'axe, est de 60 dégrés, ou que l'angle* ABE *fait par ce rayon* AB *avec le demi-diamétre* EB *soit de 60 dégrés ; le rayon réfléchi*

(*a*) Géométrie, N. 79.

BD rencontrera l'axe CD *dans le Pole* D *du Miroir.*

1°. Dans l'hypothèse, l'angle ABE est de 60 dégrés : donc l'angle EBD est de 60 dégrés *. * N. 226.

2°. AB étant parallele à CD, l'angle BED alterne est aussi de 60 dégrés (*a*).

Donc l'angle BDE est de 60 dégrés (*b*); ainsi ED = EB, demi-diamétre ; & par conséquent le point D, où le rayon réfléchi BD rencontre l'axe CD, est dans la surface ; & c'est le Pole du Miroir.

PROPOSITION III.

228. *Si l'inclinaison d'un rayon* FG *parallele à l'axe* CD, *est au-dessous de 60 dégrés ; le rayon réfléchi* GH *rencontrera l'axe* CD *du Miroir à une distance du Miroir* Fig. 97.

(*a*) Géométrie, N. 101.

(*b*) Ibid. N. 122.

moindre que la quatrième partie du diamétre.

Je dis donc que HD est moindre que la moitié du demi-diamétre ED.

* N. 226. L'angle FGE = EGH *; & l'angle FGE = GEH alterne (*a*). Donc l'angle EGH = GEH : donc le côté EH = GH.

Or GH > HD, Sécante qui passeroit par le centre E (*b*) : donc HD < EH : donc HD est moindre que la moitié du demi-diamétre.

PROPOSITION IV.

Fig. 97. 229. *La distance* HE *du centre* E *au point* H *où le rayon* FG *parallele à l'axe* CD, *rencontrera l'axe après la réfléxion, est à la moitié* EI *du demi-diamétre* EG, *comme le Sinus total au Sinus du complément de l'inclinaison.*

(*a*) Géométrie, N. 101.
(*b*) Ibid. N. 76.

1°. HG = HE * : donc si l'on abaisse la perpendiculaire HI, EI = $\frac{1}{2}$ GE (*a*).

* N. 228.

2°. Si l'on prend HE pour Sinus total, EI sera Sinus de l'angle EHI (*b*), complément de l'angle HEI = EGF, angle d'inclinaison (*c*) : donc la distance HE est à la moitié EI du demi-diamétre, comme le Sinus total au Sinus du complément de l'inclinaison.

EUDOXE. Aussi HE est au Sinus total, ou de l'angle droit opposé HIE, comme EI au Sinus du complément EHI (*d*) : donc en raison alterne, HE. EI : : Sinus total, Sinus du complément (*e*) ; & par conséquent Sinus du complément de l'inclinaison. Sinus total : : EI. HE.

(*a*) Géométrie, N. 136.
(*b*) Trigonométrie, N. 11.
(*c*) Géométrie, N. 139.
(*d*) Trigonométrie, N. 59.
(*e*) Calcul Littéral, N. 137.

230. Analogie qui vous donnera, ce semble, une maniére *de trouver dans un Miroir sphérique concave la raison que la distance* HD *du foyer* H *où se réunissent après la réfléxion les rayons paralleles à l'axe, doit avoir au demi-diamétre.*

Ariste. Je dirai : comme le Sinus du complément de l'inclinaison est au Sinus total, ainsi la moitié EI du demi-diamétre à la distance HE du Foyer H au centre E ; & HE me donnera HD avec le rapport de HD au demi-diamétre.

Fig. 97. *Eudoxe.* Pour moi, je tirerai sur le rayon EG une Tangente GL parallele à la perpendiculaire HI, & prolongerai ED en L ; EG sera Sinus total ; EL sécante de l'angle GED. Les angles en G & en I seront droits (*a*), & l'angle HEI, commun ; ainsi les Triangles GLE, IHE seront équian-

(*a*) Géométrie, N. 95.

gles (*a*). Je dirai donc : EH. EL :: EI. EG (*b*) : or EI eſt moitié de EG, Sinus total * : donc EH eſt moitié de EL, Sécante de l'angle GED. * N. 229.

Enfin, connoiſſant la *Sécante* EL & le demi-diamétre ED avec le rapport de EH à la *Sécante*, j'aurai la raiſon de EH, & par conſéquent de HD, au demi-diamétre.

Soit l'angle LEG d'un dégré : donc la *Sécante* EL = 100014 ou 15, ce ſemble (*c*) : donc EH = 50007 : donc puiſque ED = 100000 (*d*), EH excede HD de 14 cents milliémes : donc HD ſera au demi-diamétre ED, comme 50000—7 à 100000.

Mais quelle ſera la raiſon de la force de la lumière dans le Foyer

(*a*) Géométrie, N. 133.
(*b*) Ibid. N. 150.
(*c*) Trigonométrie, N. 58.
(*d*) Ibid. N. 6.

à la force de la lumière dans chaque point de la surface réfléchissante ?

231. ARISTE. *La force de la lumière dans le Foyer doit être à la force de la lumière dans chaque point du Miroir, comme l'étendue de ce Miroir à celle du Foyer*, puisque la force dans le Foyer est composée de toutes les forces réfléchies par les points du Miroir.

De-là, comme les rayons du Soleil tombent parallelement sur
*N.33. la surface convexe du Miroir *, est-il étonnant qu'ils ayent assez de force pour brûler & fondre ?

PROPOSITION V.

Fig. 98. 232. *Si l'on place un corps lumineux dans le Foyer G d'un Miroir sphérique concave, les rayons réfléchis* BH, DI, *seront paralleles.*

Soient GB, rayon d'incidence; EB, demi-diamétre : donc l'an-
* N. 226. gle d'inclinaison EBG = EBH *.

Cela

Cela posé ; 1°. Le rayon réfléchi BH sera parallele à l'axe EC : car si HB étoit rayon d'incidence parallele à l'axe EC, BG seroit rayon réfléchi *, puisque l'angle EBG=EBH : donc par la même raison, GB étant rayon d'incidence dans l'hypothèse, HB ou BH parallele à EC sera rayon réfléchi. * N. 226.

2°. Par la même raison encore, DI sera parallele à EC : or deux grandeurs paralleles à une troisième sont paralleles entre-elles (*a*).

Donc les rayons réfléchis BH, DI seront paralleles.

EUDOXE. De-là, si le corps lumineux est au Foyer G du Miroir concave, les rayons réfléchis parallelement BH, DI, porteront la lumière très-loin, un petit Flambeau placé dans le Foyer donnant quelquefois assez de lumière pour lire à cent pas. Fig. 98.

(*a*) Géométrie, N. 47.

ARISTE. Et si ces rayons sont reçus par un second Miroir de même espéce : ils se réuniront de nouveau & brûleront au Foyer de ce second Miroir (*a*).

PROPOSITION VI.

Fig. 99. 233. *Mais si l'on place le corps lumineux* F *entre le Miroir concave* BDK *& le Foyer* A, *les rayons réfléchis s'écarteront.*

Soient GB ligne tirée du centre, ou demi-diamétre ; FB, rayon d'incidence : je dis que le rayon réfléchi sera, non BC, parallele à l'axe DE, mais BH, qui s'en écarte.

1°. Si le corps lumineux étoit

(*a*) Zahnius dit qu'à Viennes deux Miroirs concaves de cuivre, l'un de 6 pieds, l'autre de 3, allumoient par réfléxion à 20 ou 24 pieds une chandelle, dont la méche étoit enduite de Soufre. On mettoit des charbons ardents dans le Foyer du plus grand ; le lumignon de la chandelle étoit au Foyer du plus petit.

au Foyer A, non en F, le rayon réfléchi feroit BC parallele à l'axe *. * N. 232.

2°. Mais le corps lumineux étant en F, l'angle d'inclinaison GBF formé par le demi-diamétre GB & le rayon d'incidence FB est plus grand que l'angle GBA : donc l'angle de réfléxion fera plus grand que l'angle GBC = GBA * : donc le rayon réfléchi fera non BC, mais BH. * N. 226.

EUDOXE. En un mot : l'angle GBF > GBA = GBC * : donc l'angle GBH = GBF * > GBC. * N. 226. * Ibid.

ARISTE. Plaçons maintenant le corps lumineux entre le Foyer & le centre. Fig. 99.

PROPOSITION VII.

234. *Si le corps lumineux* I *se trouve entre le Foyer* A *&* *le centre* G, *les rayons réfléchis se réuniront dans l'axe* DE *au-delà du centre* G. Fig. 99.

Soient IK, rayon d'incidence;

KE, rayon réfléchi; GK demi-diamétre. Je dis que le rayon réfléchi KE rencontrera l'axe DE au-delà de G.

1°. Si le corps lumineux étoit au Foyer A, le rayon réfléchi KL seroit parallele à l'axe DE*.

* N. 232.

2°. Mais l'angle d'inclinaison GKI fait par le demi-diamétre GK & le rayon d'incidence IK, est plus petit que l'angle GKA =GKL*: donc par la même raison, l'angle GKE < GKL: donc KE rencontrera l'axe faisant l'angle alterne KEG = EKL (a).

* N. 226.

3°. Le point de rencontre E est au-delà de G, puisque l'angle GKE = GKI*.

* N. 226.

De-là, 1°. Si le rayon EK part d'un point E de l'axe au-delà du centre G, le rayon réfléchi KI, rencontrera l'axe entre le Foyer A & le centre G.

2°. Si l'on met une Bougie en

(a) Géométrie, N. 121.

I, l'image paroît en E.

PROPOSITION VIII.

235. *L'image de l'objet C placé entre le Foyer B & le centre D paroîtra devant le Miroir, & plus éloignée du Miroir que le centre D, par exemple, en E.* Fig. 100.

Soient les demi-diamétres DG, DH : l'image doit paroître aux yeux I, K, dans le point où les rayons réfléchis & la Cathéte d'incidence se rencontrent*. Or ils se rencontreront au point E* : donc l'image paroîtra devant le centre même du Miroir en E. *N. 93. & 222. * N. 234.

PROPOSITION IX.

236. *Enfin, plus l'objet qui se trouve entre le centre & le Foyer, est proche du Foyer, plus l'image sera éloignée du Miroir.*

Soit l'objet A plus proche du Foyer B, que l'objet C, ensorte que A & C se trouvent entre le Fig. 100.

Foyer B & le centre D : l'image de l'objet C étant supposée en E, je dis que celle de l'objet A doit paroître au-delà du point E, par éxemple en F.

L'angle d'inclinaison DGA > DGC : donc l'angle correspondant DGF > DGE* : donc les rayons partis de l'objet A se réuniront en F au-delà de E : donc l'objet A paroîtra en F.

* N. 126.

De-là, si vous portez prestement vers le Foyer du Miroir concave, la pointe d'une épée, la pointe de l'épée semble revenir sur vous avec la même vitesse, approcher de votre sein d'autant plus près, qu'elle s'en éloigne davantage ; & si vous étiez moins Mathématicien, peut-être seriez-vous allarmé d'un danger qui fuit & qui n'est qu'illusion. Lors même que l'on connoît l'illusion, l'on a peine à se rassurer. On sçait qu'il n'y a rien à craindre & l'on

craint; mais crainte mêlée de plaisir, sur tout quand l'on connoît le jeu des rayons qui la causent.

Mais, Eudoxe, nous avons parlé si souvent des rayons lumineux: ne dirons nous pas un mot de l'Ombre?

Eudoxe. Je compte bien que l'Ombre sera, du moins, la matiére d'un Entretien.

XVI. ENTRETIEN.

Sur l'Ombre.

Ariste. VOilà quelques essais sur l'Ombre. Voudriez-vous, Eudoxe, les lire & les examiner? Peut-être que dans la lecture & dans l'examen, vous verriez mieux ma pensée.

Eudoxe. Très-volontiers, Ariste, voyons-les, ces essais.

237. L'Ombre est une priva-

tion de lumière causée par un corps opaque. Si la privation de lumière est entiére, c'est *Ombre pure*, *Ombre totale* (a); sinon c'est *Ombre partiale*, *Pénombre*.

PROPOSITION I.

238. *L'Ombre se répand en lignes droites.*

Les rayons lumineux qui rasent le corps opaque, se répandent en lignes droites *. *N. 10.

Donc l'Ombre qui est une privation de lumière causée par le corps opaque interposé entre ces rayons *, se répand en lignes droites. * N. 237.

PROPOSITION II.

239. *L'Ombre se répand vers l'endroit*

(a) On ne voit pas l'Ombre pure: car dans l'Ombre pure, point de lumière: or on ne voit pas sans lumière. Quand on dit que l'on voit une Ombre; on ne voit qu'une diminution de lumière, ou des corps foiblement éclairés par des rayons réfléchis.

l'endroit directement opposé à la lumière.

L'interposition du corps opaque empêche la lumière de se répandre vers cet endroit : donc l'Ombre s'y répand *. * N. 237.

240. De-là, 1°. Le corps opaque A jette autant d'Ombres différentes qu'il y a de corps lumineux qui l'éclairent ; A, qui prive l'espace B de la lumière E, & l'espace C de la lumière D * produit deux Ombres, B, C. Fig. 101. * N. 239.

2°. L'Ombre A qui est plus proche du corps opaque, est plus obscure que l'Ombre B plus éloignée, parce que les rayons collatéraux CT, GF, qui viennent à se rompre dans les vapeurs ou par la rencontre de l'air *, vont plûtôt en B qu'en A, qui demande une réfraction plus grande, & par conséquent plus difficile. Fig. 102. *N. 40. & 41.

3°. La lumière DTK qui rase l'Ombre principale HFTD, n'est Fig. 102.

proprement qu'une ſorte de Pénombre, étant privée des rayons qui viennent d'une partie EI du corps lumineux.

Proposition III.

241. *Si une Sphére lumineuſe* Fig. CEIG, *ſe trouve égale à une Sphé-* 102. *re opaque* TAF, *l'Ombre ſenſible ſera figurée en Cylindre.*

1°. Les rayons CTD, GFH perpendiculaires & tangents ſur les extrémités du diamétre CG, le ſont ſur les extrémités du diamétre FT égal & parallele à CG (*a*).

Donc HF, TD, feront un rectangle d'Ombre (*b*).

Or ce rectangle, faites le tourner ſur ſon axe; & vous aurez un Cylindre d'Ombre, qui ſera l'Ombre jettée par la Sphére opaque.

De-là, 1°. Cette Ombre cylindrique s'étendra juſques à l'endroit où la lumière du corps lumineux

(*a*) Géométrie, N. 46.
(*b*) Ibid. N. 170.

pourroit s'étendre ; puisque le corps opaque privera toute cette étendue des rayons interceptés.

2°. Si l'on coupe cette Ombre par un Plan perpendiculaire à son axe, la section sera égale au cercle de la Sphére opaque (*a*)

PROPOSITION IV.

242. *L'Ombre* DEI *d'un corps sphérique* DGI *plus petit que la Sphére lumineuse* CFH, *va en diminuant.* Fig. 103.

Je dis que l'Ombre DEI sera un cone, qui aura sa base dans le corps opaque.

Dans l'hypothèse, le rayon DB < AC parallele ; donc la Tangente commune CDE va joindre l'axe en E, faisant l'angle BDE droit, & par conséquent BED aigu (*b*), = BEI. Ainsi, tirant la corde DRI, parallele

(*a*) Géométrie, N. 336.
(*b*) Ibid. 79. 122.

à CTH, l'on aura le Triangle d'Ombre DRE, rectangle en R(*a*).

Or faites tourner le Triangle DRE : vous aurez un cône d'Ombre DEI, qui sera l'Ombre jettée par le corps sphérique.

De-là, 1°. Si l'on coupe cette Ombre par un Plan parallele à la base, la section est un cercle (*b*).

2°. L'Ombre d'un corps opaque éclairé par un corps lumineux plus grand, finit en pointe.

3°. L'Ombre d'un corps sphérique plus grand qu'un corps lumineux qui l'éclaire, croît en forme de cône tronqué.

Fig. 103. Car soient A le corps sphérique plus grand; B le corps lumineux.

Puisque la Tangente commune CDE rencontre en E l'axe AE, elle s'en écarte en CX : de-là, le Trapeze d'Ombre croissant CTYX

(*a*) Géométrie, N. 46.
(*b*) Ibid. N. 369.

qui tournant autour de l'axe EY, décrira un segment de cône, ou une sorte de cône tronqué.

PROBLÉME I.

243. *Connoissant le demi-diamétre* AC *d'une Sphére lumineuse, & le demi-diamétre* BD *d'une Sphére opaque plus petite, avec la distance* AB *des centres; trouver la longueur* RE *de l'Ombre, ou de l'axe du cône d'Ombre.* Fig. 103.

Soit PB parallele à CD : donc BD = PC (*a*) : donc PA est la différence des demi-diamétres AC & BD; & connoissant AC & BD, j'en connois la différence PA.

Cela posé; à cause des Triangles semblables, APB, BDE (*b*), je dis : comme la différence des rayons est à la distance des centres; ainsi le rayon de la Sphére opaque plus petite, est à la distan-

(*a*) Géométrie, N. 40.
(*b*) Ibid. N. 133.

ce du centre de cette Sphére à la pointe de l'Ombre.

En un mot, PA. AB :: BD. BE (*a*); ainsi je connois la distance BE du centre de la Sphére opaque au sommet de l'Ombre.

Et si la raison de BR à RE est insensible, BE sera l'axe de l'Ombre.

Si la grandeur BR doit être sensible, je la cherche de la sorte: je prens d'abord l'arc GS, en disant; AB est à PA comme le Sinus total est au Sinus de l'angle ABP = GBS (*b*): puis ajoutant l'arc GS au quart de cercle SD, je connois l'arc DR, supplément, & mesure de l'angle DBR. Ainsi connoissant l'angle DBR & l'angle droit R, avec le demi-diamétre BD, je connois BR (*c*).

Enfin de BE, je retranche BR;

(*a*) Géométrie, N. 150.
(*b*) Trigonométrie, N. 61.
(*c*) Ibid. N. 64.

& je connois RE axe de l'Ombre.

PROPOSITION V.

244. *Si la distance* AB *du corps lumineux* A *au corps opaque* B *diminue, la longueur* BE *de l'Ombre diminuera à proportion.* Fig. 103.

A cause des Triangles semblables, BE. BD : : AB. PA*: donc si AB diminue, ou contient moins de fois PA, BE contiendra moins de fois BD, ou diminuera à proportion.

* N. 243.

245. *Hauteur apparente* d'un corps lumineux, du Soleil, par éxemple, est l'arc compris entre ce corps & l'horison, ou l'angle dont cet arc est la mesure.

PROBLÉME II.

246. *Connoissant la hauteur* AB *d'un corps opaque & la hauteur apparente du Soleil ou l'angle* ACB *formé par le rayon* AC *parti du cen-* Fig. 104.

tre de l'Astre, & l'horison BC; *trouver la longueur de l'Ombre* BC *sur le Plan de l'horison.*

Dans le Triangle ABC rectangle en B, je connois l'angle ACB avec le côté AB, par l'hypothèse : ainsi la Trigonométrie me donnera le côté BC (*a*), en disant : si le Sinus de l'angle ACB donne tant de pieds ou de toises pour le côté AB, combien le Sinus de l'angle BAC pour le côté BC ?

De-là, si la hauteur du Soleil, ou l'angle ACB est de 45 dégrés, la longueur de l'Ombre BC sera égale à la hauteur AB du corps opaque : car l'angle en B étant droit, si l'angle ACB est de 45 dégrés, l'angle BAC sera de 45 dégrés aussi (*b*) : donc BC = AB (*c*).

(*a*) Trigonométrie, N. 65.
(*b*) Géométrie, N. 121.
(*c*) Ibid. N. 127.

PROBLÉME III.

247. *Connoissant la hauteur d'un corps opaque avec la longueur de l'Ombre, trouver la hauteur du Soleil au-dessus de l'horison, ou l'angle qui exprime la hauteur apparente de l'Astre.*

Soient AB, hauteur du corps opaque; BC, longueur de l'Ombre; B, angle droit: il s'agit de trouver la valeur de l'angle ACB. Fig. 104.

Si l'on prend BC pour rayon ou Sinus total, AB sera Tangente de l'angle ACB (*a*): je dis donc, comme la longueur BC de l'Ombre est à la hauteur AB du corps opaque, ainsi le Sinus total est à la Tangente de l'angle ACB; & je connois cet angle puisque je connois la Tangente qui le caractérise (*b*).

(*a*) Trigonométrie, N. 7.
(*b*) Ibid. N. 65.

PROPOSITION VI.

248. *Si les Ombres de deux corps paralleles entre eux & perpendiculaires à l'horiſon ſont terminées par le même rayon ; les longueurs de ces Ombres ſeront proportionnelles aux hauteurs des corps opaques.*

Fig. 205. Soient AD & BE, corps opaques, paralleles & perpendiculaires à l'horiſon ; AC & BC, longueurs des Ombres terminées par le rayon DEC.

Je dis que AC. BC : : AD. BE.

Les angles A & B ſont droits(*a*), & l'angle C commun : donc, les deux Triangles ACD, BCE étant ſemblables (*b*), AC. BC : : AD. BE (*c*).

Si les rayons DC, *ce* ſont différents, mais faiſant mêmes an-

(*a*) Géométrie, N. 95.
(*b*) Ibid. N. 133.
(*c*) Ibid, N. 150.

gles ; ce sera la même chose par la même raison.

PROPOSITION VII.

249. *Si deux corps opaques sont paralleles entre eux, & inclinés à l'horison, & que les Ombres soient terminées par le même rayon, les longueurs des Ombres seront encore entr'elles comme les hauteurs des corps opaques.*

Soient AD & BE, corps opaques, également inclinés; AC & BC, longueurs des Ombres terminées par le rayon DEC : Fig. 106.

Je dis que AC. BC : : AD. BE.

Les angles DAC, EBC, sont égaux (a), & l'angle C commun : donc AC. BC : : AD. BE (b).

PROBLÉME IV.

250. *Mesurer la hauteur d'une Tour AD par le moyen de l'Ombre* Fig. 105.

(a) Géométrie, N. 104.
(b) Ibid. N. 150.

qu'elle jette sur un Plan horisontal.

1°. Je fiche en terre dans l'Ombre même un bâton BE dont l'extrémité supérieure E soit rasée par le rayon DEC qui termine l'Ombre.

2°. Je prens la longueur CB de l'Ombre depuis la pointe C jusqu'au bâton BE, & la longueur CA de l'Ombre jusqu'à la Tour AD, avec la hauteur perpendiculaire BE du bâton.

Enfin, comme les Triangles BCE, ACD sont semblables (*a*), je dis BC. AC : : BE. AD (*b*); & le quatrième terme de la proportion est la hauteur AD de la Tour (*c*).

Soit BC = 3 pieds; AC = 150; BE = 6: donc AD = 300:

Car 3. 150 : : 6. 300, puisque

(*a*) Géométrie, N. 133.

(*b*) Ibid. N. 150.

(*c*) Calcul Littéral, N. 137.

$$\frac{150 \times 6 = 900}{3} = 300.$$

On peut planter le bâton *be* à l'extrémité C de l'Ombre de la Tour AD : les rayons DEC, D*ec* partis du même point du Soleil, étant sensiblement paralleles *, la différence des angles C, *c*, sera insensible : ainsi les Triangles *bce*, ACD, seront semblables (*a*); & par cette analogie, *bc*. AC :: *be*. AD, l'on aura la hauteur de AD. Fig. 105. * N. 33.

PROBLÉME V.

251. *Trouver la hauteur d'un corps opaque* AD *par le moyen de l'Ombre jettée, partie sur un Plan horisontal* AB, *partie sur un Plan vertical* BC. Fig. 107.

1°. Ayant mesuré l'Ombre horisontale AB, je prens avec un bâton la hauteur de l'Ombre verticale BC.

(*a*) Géométrie, N. 133.

2°. Je plante en terre le bâton, ensorte que la partie qui est hors de la terre, soit égale à la hauteur de l'Ombre verticale; & je mesure la longueur de l'Ombre jettée par le bâton.

Enfin le rayon DC qui termine l'Ombre, doit passer par l'extrémité supérieure du bâton égal à l'Ombre verticale BC; donc l'Ombre du bâton ajoutée à l'Ombre horisontale AB, doit faire l'Ombre totale du corps opaque.

Cela posé; je dis : comme la longueur de l'Ombre du bâton est à la longueur de l'Ombre totale, ainsi la hauteur de l'Ombre verticale BC, égale à la hauteur du bâton, est à la hauteur AD du corps opaque; & le quatrième terme est AD.

Proposition VI.

Fig. 108. 252. *Les longueurs* AE, CF, *des Ombres de deux corps opaques* AB,

CD, égaux & perpendiculaires à l'horison, sont entre elles, comme les distances EG, FG *de leurs extrémités au corps lumineux.*

Je dis donc que AE. CF : : GE. GF. Les Triangles ABE, GHE, sont semblables (*a*), puisque les angles BAE, HGE sont droits à cause des perpendiculaires AB, HG (*b*), & que l'angle E est commun. Par la même raison, les Triangles CDF, GHF, sont semblables ; & AB = CD, dans l'hypothèse.

Ainsi AE. GE : : AB. GH ; & CF. GF : : CD = AB. GH :

Or deux raisons égales à une troisième, sont égales entre elles (*c*) :

Donc AE. GE : : CF. GF : donc en raison alterne, AE. CF : : GE. GF (*d*).

(*a*) Géométrie, N. 133.
(*b*) Ibid. N. 95.
(*c*) Calcul Littéral, N. 104.
(*d*) Ibid. N. 144.

De-là, l'Ombre augmente ou diminue à proportion que le corps lumineux est plus ou mois éloigné du corps opaque.

253. *Ombre droite*, est celle qu'un corps perpendiculaire à l'horison jette sur un Plan horisontal, telle est l'Ombre d'un homme. *Ombre verse*, est celle qu'un corps attaché perpendiculairement à un Plan perpendiculaire à l'horison, jette sur ce Plan; telle est l'Ombre d'un stile fiché perpendiculairement dans une muraille perpendiculaire à l'horison.

PROPOSITION. VII.

254. *L'Ombre droite est à la hauteur du corps opaque, comme le Sinus du complément de la hauteur est au Sinus droit.*

Fig. 109. Soient FDG, quart de cercle; FA perpendiculaire sur AG (a); BC corps opaque perpendiculai-

(a) Géométrie, N. 91.

re à l'horiſon AG; AB, longueur de l'Ombre droite jettée par BC *, & terminée par le rayon DCA; DH, Sinus droit de l'arc DG ou de l'angle DAG, hauteur du corps lumineux *, & par conſéquent perpendiculaire ſur AH, & parallele à BC, ou AF (*a*); FD, complément de DG; DE, Sinus du complément & par conſéquent perpendiculaire ſur AF (*b*).

* N. 251.

* N. 102.

DE & AH, perpendiculaires entre deux paralleles ſont égales (*c*).

Cela poſé, je dis que AB. BC : : DE. DH.

A cauſe des angles droits B & H & de l'angle commun A, les Triangles ACB, ADH, ſont ſemblables (*d*) : donc AB. BC : : AH. DH.

(*a*) Trigonométrie, N. 2. 5.
(*b*) Géométrie, N. 79.
(*c*) Ibid. N. 40.
(*d*) Ibid. N. 133.

Or AH = DE : donc AB. BC : : DE. DH.

Proposition VIII.

255. *Enfin, la hauteur du corps lumineux supposée la même, le corps opaque est à l'Ombre verse qu'il jette, comme l'Ombre droite au corps opaque qui la jette.*

Fig. 110. Soient AC longueur de l'Ombre verse du corps opaque AB ; & DE longueur de l'Ombre droite du corps opaque CE.

Je dis que AB. AC : : DE. CE.

Les angles opposés au sommet C sont égaux ; & les angles A, E, faits par des perpendiculaires *, sont droits : donc les Triangles ACB, ECD sont semblables (*a*), & par conséquent AB. AC : : DE. CE (*b*).

* *N.* 252.

(*a*) Géométrie, N. 133.

(*b*) Ibid. N. 150.

PROBLÉME VI.

256. *Mesurer la circonférence de la Terre, comme Eratostenes.*

1°. Je suppose deux rayons tirés du centre du Soleil à deux endroits de la Terre & physiquement paralleles *. B est le premier de ces endroits, Sienne, par éxemple; & D, l'autre, sçavoir, Alexandrie, deux endroits dans le même Méridien. Le Soleil A est au Zenith de B le jour du Solstice, le fond des Puis y étant éclairé. Donc le rayon AB est perpendiculaire à l'horison. Fig. 111. *N. 33.

2°. J'éleve le Stile vertical EF, le rayon CD parallele à AB fait avec le Stile EF, l'angle d'Ombre DFE alterne de BGE, & par conséquent l'angle BGE = DFE (*a*).

Ainsi, connoissant l'angle D-

(*a*) Géométrie, N. 101.

FE, je connois l'angle BGE, ou l'arc BE.

3°. Je prens en toises l'arc BE de tant de dégrés; & faisant une régle de trois, je dis: si tant de dégrés donnent tant de toises pour la distance de B à D, combien 360 dégrés en donneront-ils pour la circonférence de la Terre supposée ronde? Le quatrième terme de la proportion sera cette circonférence (*a*).

Vos idées, Ariste, dans ces Essais, aussi-bien que dans les Entretiens qui les ont précédés, me paroissent justes & intéressantes.

ARISTE. Enfin, je demande encore un Entretien ou deux, du moins pour la Perspective.

EUDOXE. Un sujet bien moins important & moins curieux, Ariste, suffiroit pour m'attirer dans votre Cabinet.

(*a*) Calcul Littéral, N. 137.

XVII. ENTRETIEN.

Sur la Perspective en général.

257. *Eudoxe.* LA Perspective, c'est, ce me semble, l'art de faire un Tableau, qui, vû d'un certain point, représente un objet tel qu'il paroît à une certaine distance. Mais, Ariste, cet art comprend bien des petits mystéres que vous dévoilerez en détail.

Ariste. Ce que ces figures me diront, Eudoxe, je le redirai précisément.

258. D'abord le Tableau AB, je le suppose comme l'on fait d'ordinaire, entre l'œil C & l'objet DE dans une situation perpendiculaire à l'horison; & je regarde ce Tableau comme un plan transparent, formé par la section des Fig. 112.

rayons qui viennent de l'objet à l'œil : si l'on coupoit en A, B, perpendiculairement à l'horison les rayons DAC, EBC, & que la section AB envoyât à l'œil C les rayons AC, BC, comme ils y sont dirigés, on verroit l'objet
* N. tel qui paroît en ED *, puisqu'on
203. la verroit sous le même angle ; car l'angle ACB = DCE (*a*).

Fig. Que les rayons partis du Trian-
173. gle ABC traversent le Tableau DE : ils y traceront le Triangle FGH ; car la base ABC de la Pyramide optique étant un Triangle, FGH sera un Plan Triangulaire (*b*) ; & ce Triangle FGH feroit sur l'œil I la même impression que le Triangle ABC vû
* N. sous mêmes angles *.
203. Or le secret de trouver dans le Tableau les points F, G, H, qui feroient sur l'œil I la même im-

(*a*) Géométrie, N. 93.
(*b*) Ibid. N. 353.

pression que l'objet ABC, c'est le secret général de la perspective.

Eudoxe. Ainsi les parties plus grandes de l'objet total auront dans le Tableau AB de plus grandes images, des traits plus grands, puisqu'à même distance, les objets plus grands paroissent plus grands *. Fig. 112.

* N. 144.

Commençons par dessiner un objet total.

259. *Ariste*. Hé bien, 1°. Avec des fils tendus, les uns verticaux, les autres horisontaux, je fais plusieurs petits quarrés dans un grand AB (*a*), devant lequel je place une sorte de Pinnule C, ou une lame percée, parallele au quarré AB. Fig. 114.

2°. Je fais sur un Plan, par exemple, sur une Toile, autant de petits quarrés qu'il y en a dans le grand AB.

3°. Ayant mis le grand quarré

(*a*) C'est une sorte de quarré de réduction.

AB devant l'objet, j'observe par la Pinnule ou par le trou de la lame percée, chaque partie de l'objet correspondante à chaque petit quarré du grand AB; je la trace dans un petit quarré correspondant de la Toile; & c'est l'objet dessiné.

Avant que d'entrer dans un plus grand détail, pour m'expliquer, je définis quelques termes.

DÉFINITIONS.

Fig. 113. 260. *Plan géomètral* KL, est un Plan parallele à l'horison & plus bas que l'œil. On suppose l'objet sur ce Plan, & le Tableau perpendiculaire à ce Plan.

261. *Plan horisontal*, est une surface plane qui coupe l'œil parallelement à l'horison & perpendiculairement au Tableau.

Fig. 113. 262. *Ligne de terre*, ou base du Tableau est la commune section

tion DM du Tableau & du Plan géométral.

263. *Ligne de distance*, ou rayon principal AB est une ligne droite tirée de l'œil perpendiculairement au Tableau CE. Fig. 115.

264. *Point de l'œil, point principal, ou point de vûe* B, est le point où le rayon principal AB coupe le Tableau. Fig. 115.

265. *Ligne horisontale* DBE est une ligne qui passe par le point principal B parallelement à l'horison & perpendiculairement à la ligne de distance AB ; c'est la commune section du Plan horisontal & du Tableau. Fig. 115.

266. *Point de distance* E, ou D, est un point de la ligne horisontale aussi éloigné du point principal B que l'œil A. Fig. 115.

267. *Hauteur de l'œil*, est la perpendiculaire AF abbaissée de l'œil au plan géométral GH. Fig. 115.

268. *Point objectif, ligne objec-*

tive, Plan objectif, &c. eſt un point, une ligne ou un Plan dont l'apparence doit ſe trouver dans le Tableau.

Fig. 116. 269. *Repréſentation, apparence, projection* d'un point, eſt le point D où le Tableau coupe le rayon optique parti du point objectif. *Projection* d'une ligne, eſt la commune ſection DE du Tableau & du Triangle optique BCF parti des points de la ligne objective.

Ainſi, projection d'un Plan ou d'un Solide ſera la ſection repréſentative de l'un ou de l'autre.

270. *Ichnographie*, eſt la repréſentation d'un Plan formé ſur le Plan géométral par les lignes droites tirées de tous les points de l'objet perpendiculairement à ce Plan; telle eſt la projection d'un cercle qu'un Cilindre droit décrit ſur un Plan géométral.

271. *Scenographie*, eſt la projection de la face d'un objet éle-

vé sur ce Plan. L'apparence de l'épaisseur est le *profil*.

PROPOSITION I.

272. *La projection d'une ligne droite objective est une ligne droite.*

Je dis que DE, projection de la ligne droite BC *, est une ligne droite. Fig. 116. * N. 268.

DE est la commune section du Tableau & du Triangle optique & rectiligne BCF qui est un Plan (*a*) : or la commune section de deux Plans est une ligne droite (*b*).

De-là, 1°. Ayant la projection des deux extrémités B, C, d'une ligne, on a la projection de la ligne BC.

2°. Ayant la projection F, G, H des trois sommets d'un Triangle ABC, on a celle du Triangle. Fig. 113.

(*a*) Géométrie, N. 92.
(*b*) Ibid. N. 302.

PROPOSITION II.

Fig. 117. 273. *La hauteur* AB *d'un point* A *représenté dans le Tableau, est à la hauteur* EF *de l'œil* E, *comme la distance* GB *de l'objet* G *au Tableau, est à cette distance* GB *jointe à la distance* BF *de l'œil, ou de sa hauteur, au Tableau.*

Je dis donc que AB. EF : : GB. GB + BF.

AB est perpendiculaire à la ligne de Terre CBD*, comme EF au Plan géométral : ainsi AB & EF sont paralleles (*a*) : donc les angles en F & B étant droits (*b*) & l'angle en G commun, les Triangles AGB, EGF sont semblables (*c*) : donc AB. EF : : GB. GB + BF (*d*).

* N. 258.

Voulez-vous maintenant, Eu-

(*a*) Géométrie, N. 44.
(*b*) Ibid. N. 95.
(*c*) Ibid. N. 133.
(*d*) Ibid. N. 150.

doxe, qu'à la lumière de l'Ichnographie, nous tracions un Plan objectif ?

Eudoxe. Nous le tracerons dès ce soir.

XVIII. ENTRETIEN.

Sur l'Ichnographie.

274. *Eudoxe.* D'Abord, Ariste, je demande que vous déterminiez dans le Tableau le point qui doit répondre à un point donné de l'objet ou du Plan horisontal qu'il faut trouver.

Ariste. Soit le point donné A. *Fig. 118.*

1°. Du point A, je tire une perpendiculaire AB sur la ligne de terre CD *.

2°. Sur la ligne de terre CD, je prens BE = AB.

3°. Ayant la hauteur FG de

* N. 262.

l'œil F, je cherche le point prin-
* N. cipal H *.
264. 4°. Sur l'horisontale, je prens IH égale à la distance GN de l'œil.

5°. Du point B, je tire au point principal H une ligne droite BH, & une autre EI du point E au point
* N. de distance I *.
266. Et je dis que la section K est la projection du point A, ou le point qui dans le Tableau CP répond au point A de l'objet.

* N. 1°, IH est parallele à CD *:
265. donc l'angle EIH = IEB alterne (a). D'ailleurs, les angles au sommet K sont égaux: ainsi les Triangles IKH, BKE sont semblables (b).

2°. Soit la perpendiculaire LN sur les paralleles IH & BE: donc IH. BE :: LK. KN, les bases des Triangles semblables étant comme leurs hauteurs, ou les apothé-

(a) Géométrie, N. 101.
(b) Ibid. N. 133.

ches (*a*); & par conféquent IH + BE. BE : : LK + KN. KN (*b*).

Mais par la conftruction, BE = AB, IH = GN, & LK + KN = FG * : donc GN + AB. AB : : FG. KN.. * N. 263 & 267.

Donc KN. FG : : AB. AB + GN (*c*) : donc la hauteur KN du point K eft à la hauteur FG de l'œil G, comme la diftance AB du point donné A de l'objet au Tableau eft à cette diftance AB jointe à la diftance GN de l'œil au Tableau : donc le point K eft la projection, l'apparence, ou la repréfentation du point donné A *. * N. 732.

275. EUDOXE. Mais, Arifte, s'il falloit *tracer une figure rectiligne dans un Tableau.....*

ARISTE. Je prendrois le fommet de chaque angle * : & ayant les fommets des angles, j'au- * N. 274.

(*a*) Géométrie, N. 254.
(*b*) Calcul Littéral, N. 144.
(*c*) Ibid.

rois les figures rectilignes *.

* N. 272. *EUDOXE*. Et comme on a de la même maniére dans le Tableau les points d'une ligne courbe, & par conséquent la courbe, vous aurez de même dans le Tableau la projection Ichnographique des figures curvilignes.

276. Mais je voudrois *la projection d'un Triangle dont la base fût parallele à la ligne de terre.*

ARISTE. Vous l'aurez, Eudoxe

Fig. 119. Soient le Triangle BDC parallele à la ligne de terre NF, parallele à l'horisontale GH; & l'intervalle IK égal à la hauteur de l'œil: il faut tracer dans le Tableau un Triangle *bcd* représentatif du Triangle BCD.

1°. Ayant pris le point principal I, je prens de I en H la distance de l'œil.

2°. Des sommets B, C, D, du Triangle objectif BCD, je tire les

perpendiculaires BL, DK, CM, ſur la ligne de terre NF.

3°. Des points de rencontre L, K, M, je porte ſur NF, les perpendiculaires BL = LE, DK = KN, CM = MO.

4°. Après avoir tiré des extrémités L, K, M, des lignes droites LI, KI, MI, au point principal I, je mene des points N, E, O, de la ligne de terre NF, des lignes droites NH, EH, OH, au point de diſtance H.

Cela poſé; les points de ſection *b*, *c*, *d*, ſont les points repréſentatifs des points B, C, D *: ainſi, tirant les lignes *bc*, *bd*, *cd*, j'aurai le Triangle *bcd* repréſentatif du Triangle BCD *.

* N. 274.

* N. 272.

277. Eſt-il queſtion de *deſſiner un quarré* ABCD *dont la diagonale* BD *ſoit perpendiculaire à la ligne de terre* EF?

Fig. 120.

1°. Je prolonge les côtés AD, DC, juſques à la ligne de terre

EF ; & tire les perpendiculaires AK, DB, CL.

Fig. 120. 2°. Du point principal G, ou du point de vûe, je mene & en H & en I une ligne égale à la distance de l'œil, puis les lignes GB, GK, GL.

Enfin des points H, I, je tire les lignes droites HB, HF, & IB, IE.

Et je dis que le quadrilatere *mnop* est la projection du quarré ABCD.

1°. Les angles BAD, BCD sont droits, le côté AB = AD, & BC = CD (*a*) : donc les angles ABD, CBD sont de 45 dégrés ; chacun (*b*), aussi-bien que les angles ABE, CBF, la perpendiculaire BD faisant les angles DBE, DBF droits (*c*). Donc à cause des angles droits EAB, FCB, les angles AEB, CFB sont aussi de

(*a*) Géométrie, N. 171.
(*b*) Ibid. N. 181.
(*c*) Ibid. N. 95.

45 dégrés. Et par conséquent EA = AB, & CF = BC (a).

2°. Ainsi, prolongeant les côtés DA=AB en E, & DC = BC en F, c'est comme si l'on portoit la perpendiculaire BD de B en E & en F sur la ligne de terre EF, puisque BD = BE = BF (b), les Triangles semblables qui ont un côté égal & les angles sur ce côté égaux, étant égaux.

3°. Des points A, C, l'on a tiré les perpendiculaires AK, CL sur la ligne de terre EF : donc les angles BAK, BCL sont de 45 dégrés (c): donc AK = KE = KB, & CL = LF = BL (d), ainsi les perpendiculaires AK & CL portées de K & de L sur la ligne de terre EF, seroient terminées par E, F.

Cela posé, le point de section

(a) Géométrie, N. 137.
(b) Ibid.
(c) Ibid. N. 122.
(d) Ibid. N. 127.

m représente le point A du quarré ABCD ; le point *o*, le point C ; le point *n*, le point D ; le
* N. point *p*, le point B *. Et par con-
274. séquent le quadrilatere *mnop* est la figure représentative du quarré
* N. ABCD *.
272. 278. *EUDOXE*. Mais, Ariste,
Fig. 121. il s'agit de *représenter un pavé* EFDR *quarré & composé de quarrés égaux & placés en lignes droites.*

ARISTE. 1°. Soit le côté EF sur la ligne de terre, divisé en autant de parties égales qu'il y a de quarreaux dans une ligne.

2°. De chaque division, je tire une ligne droite au point principal I.

3°. Je prens les points de distances G, H.

4°. De ces points je mene les lignes droites HF, GE.

5°. Je tire de EI en FI des lignes qui coupent les lignes HF, GE aux points où elles sont cou-

pées elles-mêmes par les lignes EI, FI; & je dis que le trapeze EMNF sera la projection du pavé EFDR.

1°. EF = FD, & FD est perpendiculaire sur EF, côté du même rectangle (a). Donc si l'on porte FD, de F sur la ligne de terre EF, D tombera sur E; ainsi, les lignes IF & GE se coupant en N, N sera la projection du point D*.

2°. Par la même raison, M sera le point représentatif du point R; & MN de RD*. *N. 274.

Or on peut dire la même chose du reste, ou des autres points & des autres lignes par la même raison. *N. 272.

Donc EFMN sera la projection du pavé EFDR.

Eudoxe. De la projection d'un rectangle, venons à celle du cercle.

(a) Géométrie, N. 171.

Ariste. Je commence par deux Propositions.

Proposition I.

279. *Si un cercle étoit parallèle & opposé directement au Tableau, la figure dans le Tableau seroit circulaire.*

Le cercle envverroit à l'œil un cône de lumière *, dont l'axe seroit perpendiculaire au cercle, & coupé perpendiculairement par le Tableau * : ainsi la section représentative seroit un cercle, puisque la section d'un cône faite parallèlement à la base & perpendiculairement à l'axe est un cercle (a) : donc la figure dans le Tableau seroit circulaire.

* N. 72.

* N. 258.

Proposition II.

280. *Si l'œil placé hors de la distance du demi-diamétre, voit le cercle obliquement au travers du Tableau ; la figure représentative sera un cercle allongé.*

(a) Géométrie, N. 369.

La base du cône optique sera un cercle allongé sensiblement* : donc la section commune du cône & du Tableau, étant parallele à la base, sera figurée de même : donc la figure représentative sera un cercle allongé.

* N. 167.

281. Faut-il enfin *représenter un cercle ?*

1°. Ayant circonscrit au cercle un quarré PQTV (*a*), & tiré deux diagonales PV, QT, avec deux diamétres AB, CD, qui se coupent à angles droits, je mene les droites EF, GH, paralleles à CD. Fig. 122.

2°. Par les points G, E, & H, F, je tire des lignes droites GEK, HFL, qui sont perpendiculaires sur la ligne de terre MN.

3°. Après avoir tiré au point principal O les droites PO, KO, LO, QO ; & aux points de distance R, S, les droites PR, QS ; je détermine dans le Ta-

(*a*) Géométrie, N. 244.

bleau MSRN la projection, l'apparence, ou la représentation du quarré inscrit GEFH, & du quarré circonscrit PQTV *.

* N. 278. 4°. Par les points de section *bgceAfdh* du Tableau, je décris les arcs *bg*, *gc*, *ce*, &c. & la courbe *bgceAf*, &c. est la projection du cercle.

Car les points de section *b*, *g*, *c*, *e*, &c. sont les points qui dans le Tableau répondent aux points *b*, *g*, *c*, *e*, &c. du cercle * : donc les arcs *bg*, *gc*, *ce*, &c. qui joignent ces points, font la figure représentative du cercle placé horisontalement dans le Plan.

* N. 278.

Quand tracerons-nous la surface d'un objet élevé sur ce Plan?

EUDOXE. Au retour d'une petite promenade qui pourra servir à ranimer l'attention.

XIX. ENTRETIEN.

Sur la Scenographie.

Eudoxe. Il s'agit donc, Ariſte, de la Scenographie, c'eſt-à-dire, du ſecret de tracer la ſurface d'un objet élevé ſur le Plan géométral.

Ariste. Commençons par démontrer une Propoſition qui répandra le jour dans quelques Problêmes.

282. *La hauteur de l'objet eſt à celle de ſa projection, comme la diſtance de l'objet au Tableau plus la diſtance de l'œil eſt à la diſtance de l'œil.*

Soient AB, hauteur de l'objet; *Fig.*
CD, ſa projection; BF, diſtance *123.*
de l'objet au Tableau; FG, diſtance de l'œil E.

Suppoſons la hauteur AB op-

posée directement à l'œil, ensorte que BF + FG ou BG soit perpendiculaire à la ligne de terre HI.

Je dis que AB. CD :: BG. FG

1°. DF & EG étant perpendiculaires sur BG, & par conséquent paralleles (*a*); BF. FG :: BD. DE (*b*) : donc BF + FG, ou BG. FG :: BD + DE, ou BE. DE (*c*). Donc BG. FG :: BE. DE (*d*).

2°. AB est perpendiculaire sur BG & par conséquent parallele à CDF, ou CD, perpendiculaire aussi sur BG. Donc à cause des Triangles semblables AEB, CED; AB. CD :: BE. DE (*e*).

Or deux raisons égales à une troisième sont égales entr'elles (*f*). Donc AB. CD :: BG. FG.

(*a*) Géométrie, N. 44.
(*b*) Ibid. N. 150.
(*c*) Calcul Littéral, N. 144.
(*d*) Ibid. N. 104.
(*e*) Géométrie, N. 150.
(*f*) Calcul Littéral, N. 104.

Supposons maintenant que la hauteur KL de l'objet est oblique à l'œil E, ensorte que LG coupe obliquement le Tableau en M, tandis que BG le coupe perpendiculairement. Fig. 124.

1°. KL. NP :: LG. MG ; de même que AB. CD :: BG. FG, & par la même raison. Fig. 124. & 123.

2°. Tirez la perpendiculaire LQ sur la ligne de terre IH : LQ sera la distance de la hauteur KL au Tableau (a), comme FG la distance de l'œil. Fig. 124.

Et je dis KL. NP :: LQ + FG. FG.

A cause des angles opposés au sommet en M & des angles droits en Q, F, les Triangles LQM, MFG sont semblables (b) : donc LQ. FG :: LM. MG (c) : donc

(a) Géométrie, N. 34.

(b) Ibid. N. 133.

(c) Calcul Littéral, N. 150.

LQ + FG. FG :: LM + MG, ou LG. MG.

Or KL. NP :: LG. MG : donc KL. NP :: LQ + FG. FG (a).

Cela supposé ;

Probléme I.

283. *Sur un point donné dans le Tableau, élever la perspective correspondante à l'objet.*

Fig. 125. Soit A, le point donné dans le Tableau IG.

1°. Sur la ligne de terre GC, j'éleve la perpendiculaire BC égale à la hauteur de l'objet.

2°. Des extrémités B & C de la perpendiculaire BC, je tire à un point quelconque E de la ligne horisontale IK deux lignes droites BE, CE.

3°. Du point donné A, je mene une ligne droite AF parallele à la ligne de terre GC, & qui rencontre CE en F.

(a) Calcul Littéral, N. 104.

4°. Du point F, j'éleve sur AF la perpendiculaire FH.

Enfin, ayant pris sur IK la distance LK de l'œil, & la distance LI de l'objet au Tableau, je tire la droite CK & sur CK j'abbaisse LM parallele à IC; & je dis que AP = FH élevée sur le point A est la hauteur représentative de BC*, ou que BC. FH :: IK. LK. * N. 282.

1°. A cause des Triangles semblables IKC, LKM; IK. LK :: CK. MK (*a*); & à cause des paralles FM & EK; CK. MK :: CE. FE; & par conséquent IK. LK :: CE. FE.

2°. A cause des paralleles BC & FH & des Triangles semblables BEC, & HEF; BC. FH :: CE. FE (*b*).

Donc BC. FH :: IK. LK (*c*).

(*a*) Calcul Littéral, N. 150.
(*b*) Ibid.
(*c*) Ibid. N. 104.

PROBLÉME II.

284. *Représenter un solide élevé sur sa base.*

* N. 1°. Je prens le Plan de la base*.
274. 2°. Sur chaque point de la base, je trace la hauteur correspondante à celle de l'objet *; & c'est
* N. 283. l'apparence du solide élevé sur sa base.

Faut-il élever un Cylindre?

1°. Je trace le cercle, qui est
* N. la base *.
281. 2°. Sur les points *b*, *g*, *c*, *e*,
Fig. 722. A, *f*, &c. du cercle tracé, j'éleve des lignes qui répondent à autant
* N. de lignes de l'objet *.
283. Enfin, joignant les extrémités supérieures par des lignes comme j'ai joint les extrémités inférieures *b*, *g*, *c*, *e*, A, *f*, &c. j'ai la surface représentative du Cylindre élevé.

285. EUDOXE. Mais, Ariste, il est question *d'élever une Pyramide.*

ARISTE. C'eſt-à-dire, Eudoxe, qu'il faut deſſiner une Pyramide élevée ſur ſa baſe. Hé bien, ſoit la Pyramide de quatre côtés AB, CDE élevée ſur un quarré & vûe par un angle. Fig. 126.

1°. Je trace le quarré de la baſe*. * N. 277.

2°. Je tire dans ce quarré deux diagonales qui ſe coupent en F.

3°. D'un point G pris à volonté dans la ligne de terre IK, j'éleve une ligne GL, égale à la hauteur de la Pyramide donnée; & des deux extrémités GL de cette ligne GL, je mene deux lignes droites GM, LM, à un point quelconque M de l'horiſontale NO.

Enfin, après avoir prolongé la diagonale BD juſques à la ligne GM, qu'elle rencontre en P, je tire du point P la ligne PQ parallele à GL.

Et je dis que PQ élevée ſur F,

milieu de BD, sera l'axe & donnera le sommet E de la Pyramide, & par conséquent les côtés.

* N. 276. 1°. BDP est parallele à la ligne de terre IK *, dont les points B, D, sont également éloignés ;
* N. 283. ainsi PQ sera la hauteur apparente de GL * : donc PQ = FE, étant élevée sur F, sera l'axe représentatif ; & le point E sera le sommet de la Pyramide.

2°. Des angles A, B, C, D, de la base, tirez des lignes droites au sommet E : & vous avez les côtés AE, BE, DE, &c. de la Pyramide apparente.

286. *EUDOXE*. Ainsi, pour avoir un Cône en perspective,
* N. 281. l'on pourra tracer d'abord le cercle qui en est la base *, puis prendre la hauteur apparente du
* N. 285. Cône comme celle de la Pyramide *, tirer des lignes droites du cercle représentatif au sommet, &

les joindre par des lignes courbes *. * N. 277.

287. Mais, Ariste, *il s'agit d'élever au-dessus du pavé, des Murailles, des Pilastres, des Colonnes.*

Ariste. 1°. Je trace dans le Tableau le pavé ABCD *. Fig. 127. * N. 278.

2°. Je porte sur la ligne de terre l'épaisseur AE, DF, de la Muraille.

3°. Des points A, E, D, F, j'éleve des perpendiculaires AG, EH, DI, FK.

4°. Ayant joint les points G, I, je joins le point principal O par les droites IO, GO.

5°. De B & C, j'éleve les perpendiculaires BL, CM.

Et voilà les Murailles ABLG, DCMI, tracées.

Enfin, pour élever des Pilastres & des Colonnes, je trace d'abord leurs bases quarrées * ou circulaires *. Puis, j'éleve sur les * N. 277. * N. 281.

bases des perpendiculaires indéfinies. Ensuite, sur la ligne de terre EF, j'éleve la hauteur du premier Pilastre ou de la premiere Colonne DI; & tirant la droite IO, comme auparavant, je détermine les hauteurs représentatives des autres Pilastres ou des autres Colonnes.

Fig. 127. 288. Faut-il dessiner une Porte dans une Muraille ABLG?

1°. Je marque sur la ligne de terre la distance AN de la Porte au coin A, avec la largeur des poteaux NP, QR, & la largeur PQ de la Porte.

2°. Des points N, P, Q, R, je mene au point de distance S des lignes droites NS, PS, QS, RS, qui déterminent la largueur représentative *yz* de la Porte PQ, & la largeur *xy* ou *za* des poteaux NP, QR.

3°. De A en T, je trace la hauteur AT de la Porte; & de A

en V, la hauteur AV des poteaux.

4°. Je joins T & V avec le point principal O, par des lignes droites TO & VO.

Enfin des points *x*, *y*, *z*, *a*, de la ligne AB, je mene des lignes paralleles à AG dont les intérieures coupent la droite TO, & les autres, VO; & c'est la Porte tracée.

289. *EUDOXE*. Mais je suppose qu'il est question de représenter une Porte dans la Muraille apparente BLMC. *Fig. 127.*

ARISTE. On la représentera de même à peu près.

1°. Sur la ligne de terre EF je prens la distance A*b* de la Porte au coin A, & la largeur *bd* de la Porte.

2°. Des points *b*, *d*, je tire au point principal O les droites *b*O, *d*O; & j'ai la largeur *fg* de la Porte apparente.

3°. Des points *f*, *g*, j'éleve des perpendiculaires ſur BC.

4°. Du point A en T, je porte la hauteur vraie AT.

5°. Du point T, je mene au point principal O la droite TO qui coupe BL en un point.

6°. Je fais *ff* & *gg* égales à la partie de BL compriſe entre le point B & la droite TO ; & j'ai la porte *ff*, *gg*.

290. EUDOXE. On tracera, ce ſemble, les Fenêtres comme la Porte, marquant leur diſtance au pavé.

291. Mais, Ariſte, *Il faut tracer l'Ombre.*

ARISTE. Tracer l'Ombre, c'eſt déterminer le point où aboutiſſent les rayons qui raſent le corps opaque ; & deux Problêmes ſuffiront pour faire comprendre ma penſée.

PROBLÉME I.

292. *Ayant l'apparence de la hauteur du corps lumineux, & l'apparence du corps opaque*; trouver le point où les rayons qui rasent le corps opaque, aboutissent, & par conséquent la longueur & la figure représentative de l'Ombre.* * N. 284.

Soient AB apparence de la hauteur du corps lumineux; CD, du corps opaque : par les extrémités des deux lignes AB, CD, je tire les droites ACE, BDE, qui se coupent en E; & je dis que le point E est le point qu'il falloit trouver, que DE est la longueur de l'Ombre, & que le Triangle DCE est la figure représentative de l'Ombre. Fig. 128.

A cause des Triangles semblables ABE, CDE (*a*), AB. CD : :

(*a*) Géométrie, N. 133.

AE. CE : : BE. DE (*a*) ; donc E est le sommet de l'angle formé par les rayons ou les lignes BE, AE, qui terminent l'Ombre, DE en est la longueur, & CDE la projection.

Probléme II.

293. *Ayant la hauteur perpendiculaire apparente du corps lumineux, & celle d'une Pyramide triangulaire, tracer l'Ombre ou la base de l'Ombre.*

Fig. 129. Soient AB, hauteur perpendiculaire du corps lumineux; FG, celle de la Pyramide CDEF.

1°. Je joins les extrémités inférieures B, G, des deux perpendiculaires par la droite BG prolongée indéfiniment.

2°. Du point A par F, je tire la droite AFH, qui coupe en H le prolongement de BG : donc H sera le terme de l'Ombre.

(*a*) Géométrie, N. 150.

Enfin, du point H, je mene les droites HE, HD.

Les rayons qui rasent le côté EF sont terminés par HE; & ceux qui rasent le côté FD, par HD : ainsi le Triangle EHD est la base de l'Ombre. Et c'en est assez pour voir ma pensée.

XX. ENTRETIEN.

Sur les Projections informes.

EUDOXE. JE m'en souviens, Ariste; il est question de ces images défigurées, qui vûes d'une certaine distance, paroissent belles & naturelles.

294. *ARISTE.* Voulez-vous, Eudoxe, que je trace d'abord une de ces images sur un Plan?

1°. Je fais un quarré ABCD à volonté; & divisant deux côtés AC *Fig. 130.*

AB en parties égales, je réduis le quarré total en petits carreaux; & c'est le chassis du Prototype.

2°. Dans le quarré réduit de la sorte, je trace le Prototype ou l'image qui doit être défigurée.

3°. Je tire la ligne EF = AC, & la divise en autant de parties égales.

4°. Du milieu G de la ligne EF, j'abbaisse la perpendiculaire GH, d'autant plus longue que l'image doit être plus allongée, plus difforme; puis sur GH, je mene la perpendiculaire HI.

5°. Ayant tiré en H de chaque division de la ligne EF, une ligne droite EH, PH, QH, FH, je joins les points I, F, par la droite IF.

6°. Par les points de section K, *l*, *m*, *n*, je mene des lignes paralleles à EF; & le Trapezoïde EFKO est le chassis de

l'Esquisse, ou de la copie informe.

Enfin, dans chacun des Trapezoïdes de l'Esquisse, je trace ce qui lui répond dans un des quarrés du Prototype, & j'ai l'image défigurée, qui étant vûe du point I, paroîtra belle & naturelle, parce qu'on la verra sous le même angle, ou à peu près, que dans le Prototype.

EUDOXE. Je sçai qu'un objet plus grand qu'un autre, mais vû plus obliquement, ne laisse pas d'être vû sous le même angle *. * N. 159.

Mais, Ariste, je ne vois pas assez....

295. ARISTE. Traçons une image défigurée qui d'un certain endroit paroisse réguliere sur la surface d'un Cône; & nous verrons assez le mystére de ces sortes d'illusions ou de ces espéces de jeux magiques.

1°. Autour de l'image qu'il Fig. 131.

faut défigurer, je décris une circonférence circulaire ABCD, & partage le cercle en secteurs égaux, en huit, par exemple.

2°. Je divise un rayon AE en parties, en trois, & fais passer par chaque division un cercle; & c'est *la claye du Prototype*.

Fig. 131. 3°. Je fais un Triangle rectangle FGH, prenant d'abord FG = AE, égal au demi-diamétre IK de la base du Cône ILMNOP; puis GH = KP, axe du Cône. Ainsi, l'hypoténuse FH = IP, côté du Cône.

4°. Je divise FG en autant de parties égales que AE = IK; & ayant pris sur GH prolongé le point 2 pour la distance de l'œil, je tire de ce point aux divisions R, S, des lignes droites qui coupent FH en T, V.

Fig. 131. 5°. Ayant porté sur le côté IP du Cône les segmens HV, VT, qui deviennent PX, XY; je dé-

cris par X, Y, des cercles Xx, Yy, paralleles à la base IMOZ.

6°. Je divise la base du Cône en autant d'arcs égaux que le cercle ABCD ; & tire de chaque division une ligne droite LP, MP, NP, &c. au sommet P du Cône.

Ainsi, la surface du Cône comprend autant de Trapezoïdes que l'image.

7°. Les traits qui se trouvent dans chaque Trapezoïde de l'image, transportez-les dans le Trapezoïde correspondant, mais plus long, du Cône : l'image sera allongée & défigurée sur la surface du Cône.

8°. Prenant sur le prolongement de l'axe KP, la distance $P4 = H2 = KP$, pour placer l'œil en 4, je tire les lignes 4X, 4Y, 4x, 4y, qui vont rencontrer IO en 5, 6, 7, 8 : il est clair

que IK se trouve coupée comme FG.

Cela supposé ; je dis que l'œil placé en 4 verra sur la surface du Cône l'image réformée, ou telle qu'elle est dans le cercle ABCD.

Puisque PX répond à HV, & XY à VT, il est clair que IK, aussi-bien que KO est divisée comme FG, & AE, en parties égales.

De-là, si par les points de section 5, 6, 7, 8, l'on décrit des cercles concentriques, & que du centre K, l'on tire les rayons KL, KM, KN, &c. la base du Cône se trouvera divisée en autant de Trapezoïdes, que l'image & la surface du Cône, & ceux de la surface répondront à ceux de la base.

On peut donc supposer que la base du Cône est l'image véritable, comme la surface du Cône est l'image défigurée: or l'œil étant placé

en 4, chaque trait de celle-ci doit paroître égal au trait correspondant de celle-là, PX, par exemple, à K6 *, puisque PX & K6 sont vûs sous le même angle X4P=64K. * N. 103.

296. Voulez-vous une autre maniére de défigurer l'image ABCD, & de la rétablir ? Fig. 132.

1°. Ayant décrit autour de l'image qu'il faut défigurer, une circonférence ABCD, & partagé le cercle en huit secteurs égaux, je divise un rayon en huit parties égales, & décris par chaque division un cercle concentrique.

2°. Prenant un rayon EF, double du diamétre AC du cercle, je forme un quart de cercle EFG, dont je divise l'arc FG en autant de parties égales que la circonférence ABCD.

3°. Je porte GE de E en H, ensorte que EH=GE, & de l'intervale EH, je décris le quart de cercle EI.

4°. Je tire HF, qui étant la diagonale d'un quarré, puisque EH = GE = EF, coupe le quart de cercle EI par le milieu L (a).

5°. Je divise EL en autant de parties égales que FG ; & par les divisions, je tire des Sécantes qui vont couper EF en M, N, &c.

6°. Du centre E, je décris par les points de rencontre M, N, &c. des arcs concentriques MO, NP, &c. & le cercle ABCD, & le quart de cercle EFG ont même nombre de Trapezoïdes correspondants, dont le premier est au premier, comme le second au second.

7°. Je trace dans le quart EFG l'image du cercle ABCD, ensorte que les traits qui remplissent un Trapezoïde du cercle, remplissent le Trapezoïde correspondant du quart de cercle EFG ; & l'i-

(a) Géométrie, N. 181.

image y sera défigurée ; les traits y seront allongés.

8°. J'applique le quart EFG sur une surface conique.

9°. Je suppose l'œil placé dans un point aussi élevé au-dessus du sommet du Cône, que ce sommet est éloigné de la base.

Et je dis que l'image paroîtra sur le Cône égale & semblable à l'image donnée du cercle ABCD.

1°. Le rayon EF étant quadruple de celui du cercle ABCD par la construction, la circonférence dont EF est rayon, doit être quadruple de celle du cercle ABCD (a) : donc l'arc FG vaut la circonférence ABCD. De-là, si l'on applique le quart de cercle EFG, sur un Cône ; FG sera la circonférence de ce Cône, circonférence égale à celle du cercle de l'image réguliére ABCD.

2°. Comme les Trapezoïdes

(a) Géométrie, N. 265.

du Cône répondent à ceux du cercle, chaque Trapezoïde du Cône sera vû sous le même angle que le Trapezoïde correspondant du cercle, ainsi que PX paroît sous le même angle que K6 *; par conséquent l'image paroîtra sur le Cône telle qu'elle est dans le cercle, ou égale & semblable; & au jugement des sens, les traits défigurés seront rétablis tout d'un coup.

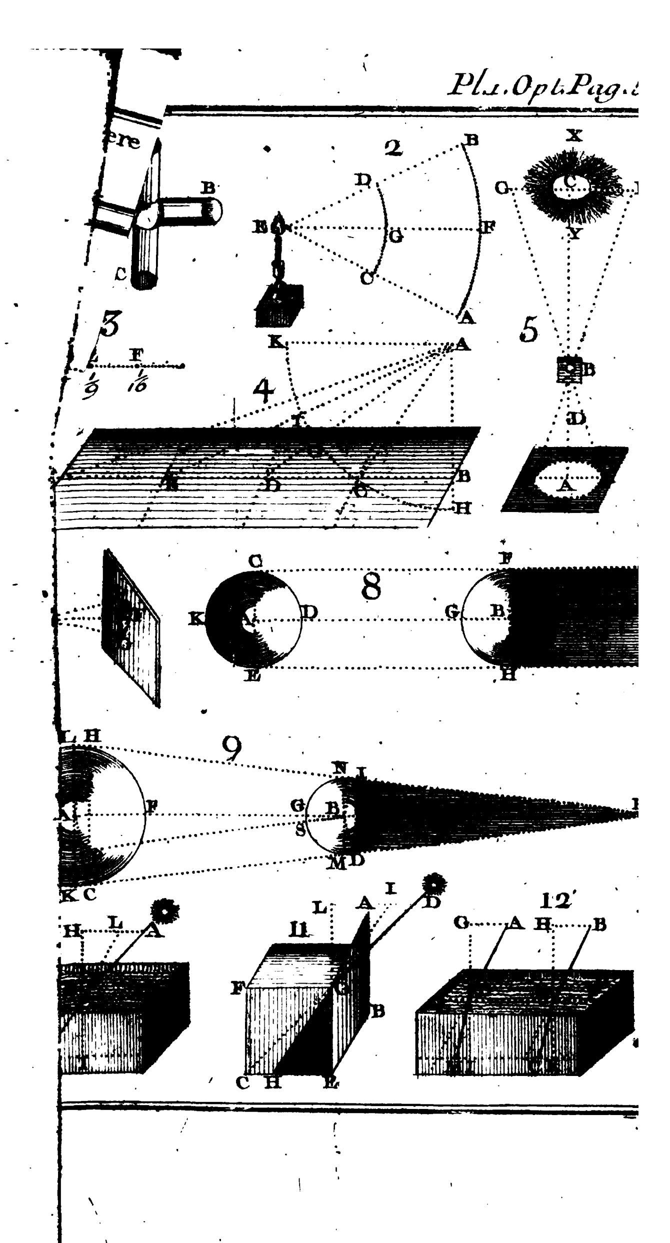
Fig. 131.

* N. 295.

Enfin, Eudoxe, vous avez eu le courage d'entendre dans un assez bon nombre d'Entretiens une partie de ce qui s'est trouvé de mon goût dans des matiéres séches d'elles-mêmes.

EUDOXE. Ce qui s'est trouvé de votre goût, Ariste, m'a fait plaisir; & peut-être le liroit-on avec plus d'agrément encore.

Fin du Tome troisième.


2
3
4
5
8
9
11
12

14

15

17

19

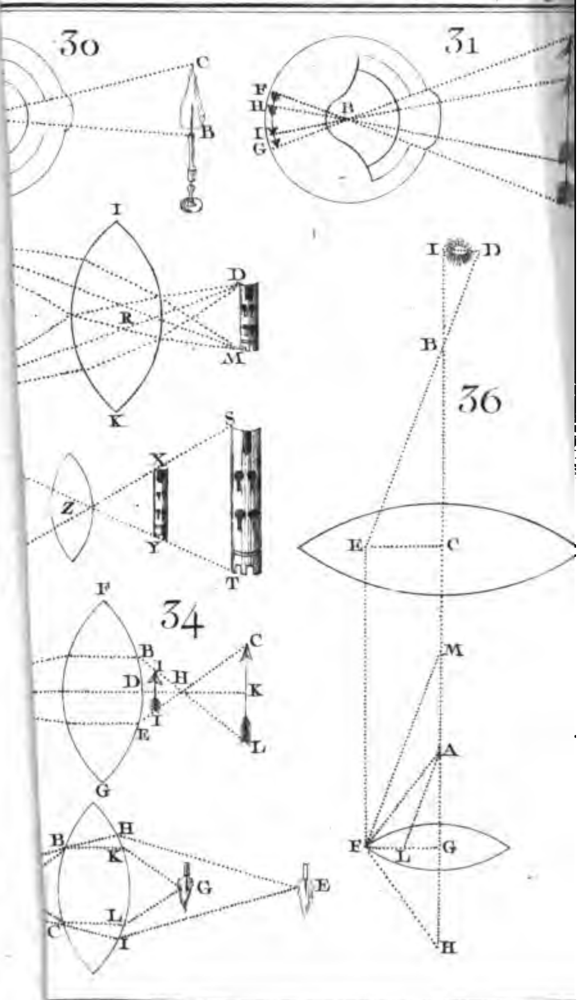
20

23

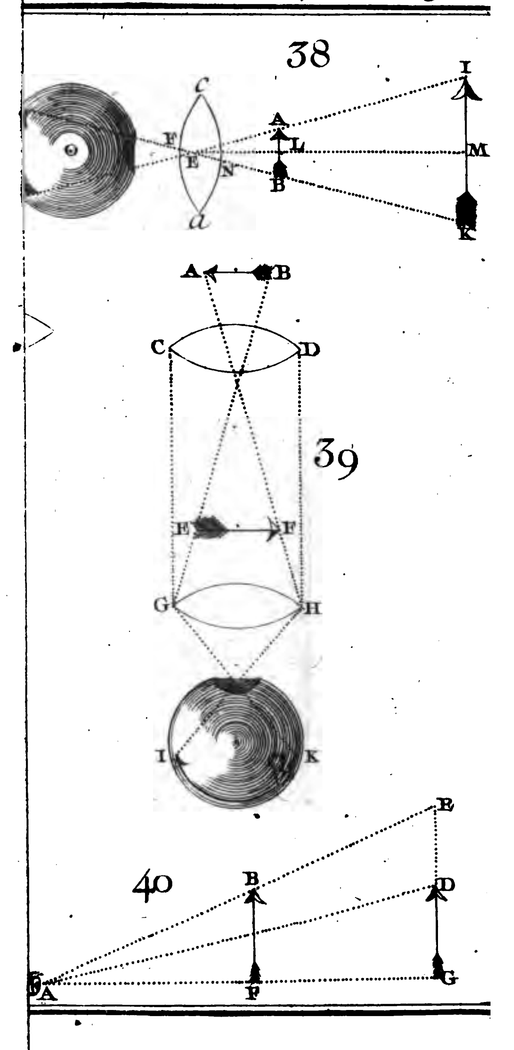
24

25

28



30
C
B
31
F
H
I
G
B
I
D
R
M
K
I
D
B
36
S
X
Z
Y
T
E
C
F
34
C
B
D
H
K
I
E
L
G
M
A
B
H
K
G
E
F
L
G
L
C
I
H


38
c
F
E
N
a
A
L
B
I
M
K
A
B
C
D
39
E
F
G
H
I
K
40
B
D
E
A
F
G

41

43

44

46

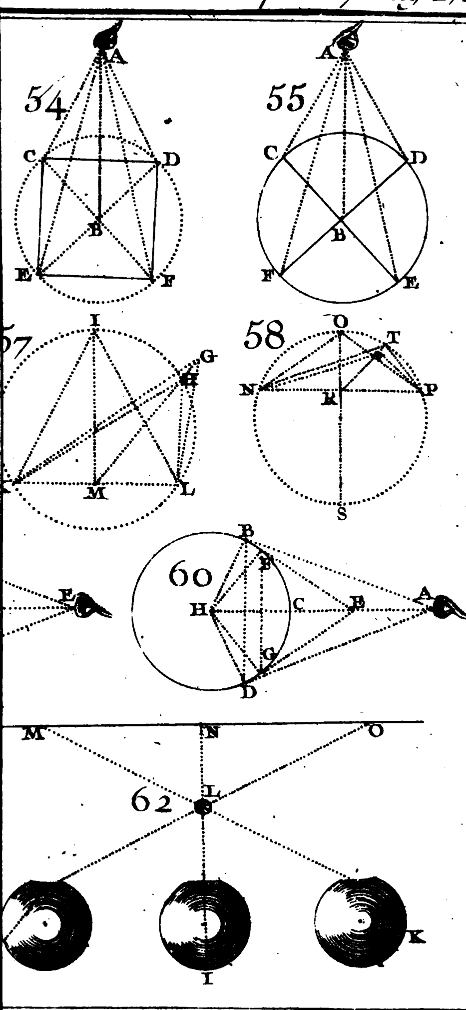
45

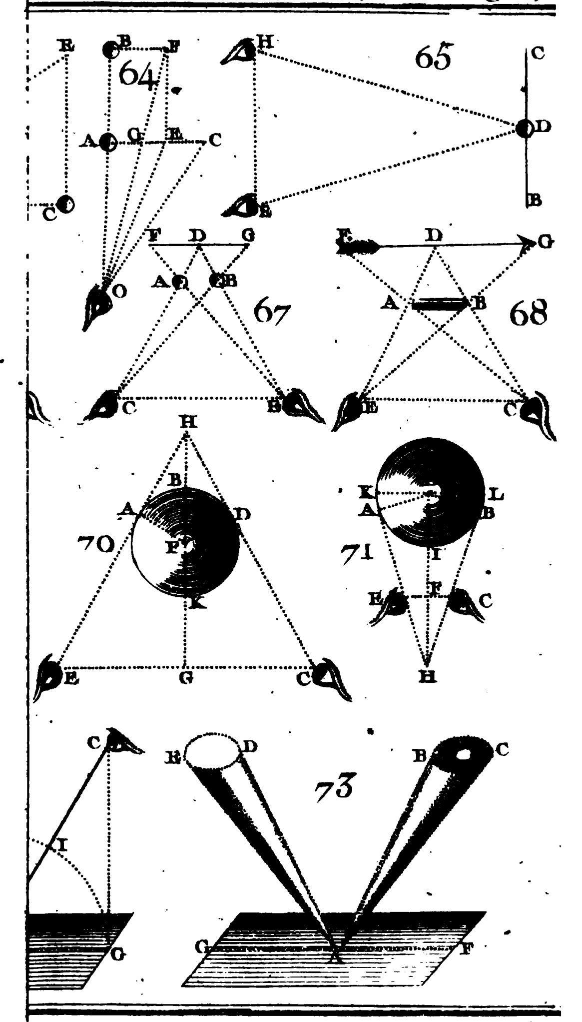
47

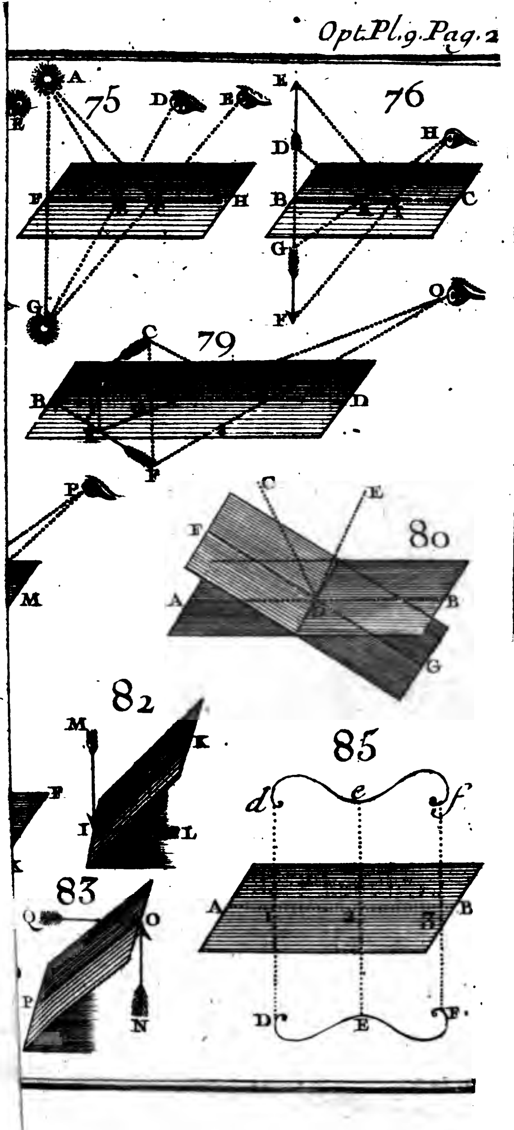
49

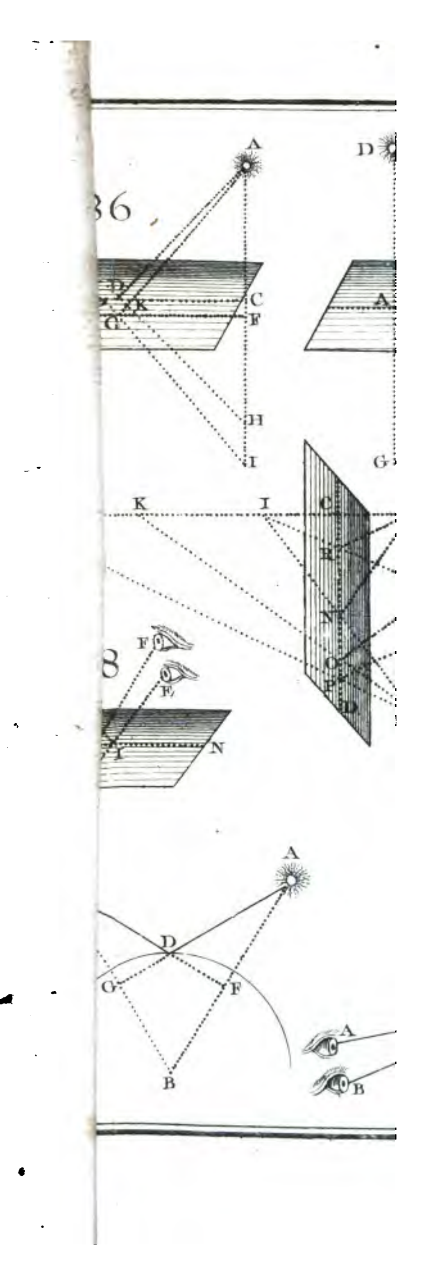
52

51


A
54
C
D
B
E
F
A
55
C
D
B
F
E
I
57
G
H
M
L
O
58
T
N
R
P
S
B
60
H
C
E
A
G
D
E
M
N
O
62
L
I
K


64
65
67
68
70
71
73
E
B
F
A
G
E
C
C
O
H
C
D
B
E
F
D
G
A
B
C
B
E
D
G
A
B
E
C
H
B
A
D
F
K
E
G
C
K
L
A
B
I
E
F
C
H
C
I
G
E
D
B
C
G
F


75
76
79
80
82
83
85
A
E
D
F
H
G
B
C
O
P
M
K
L
I
N
Q
d
e
f



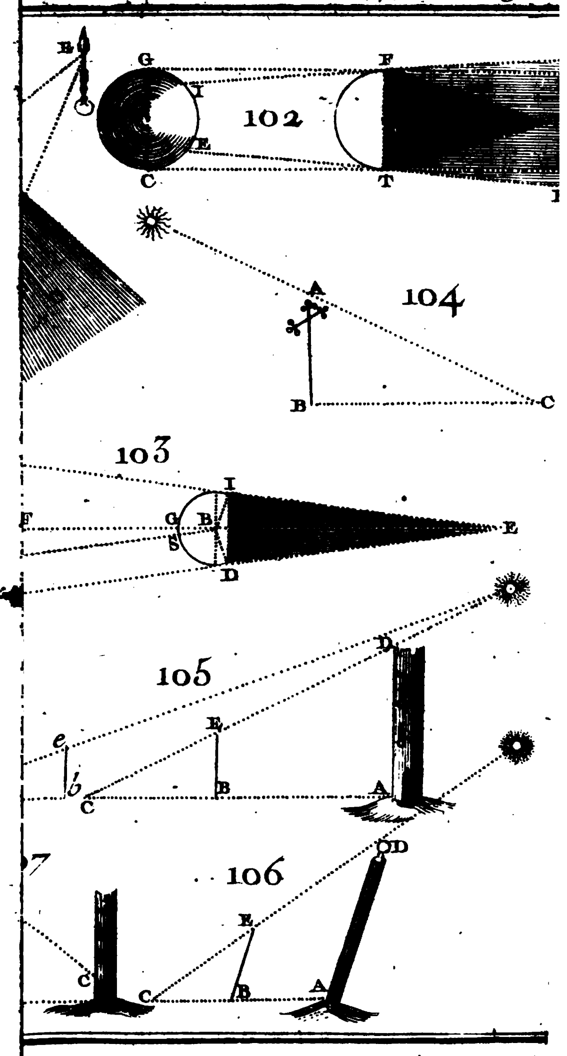
36
A
D
C
K
F
G
H
I
A
D
G
K
I
C
E
N
O
P
D
8
F
E
I
N
A
D
G
F
B
A
B

94

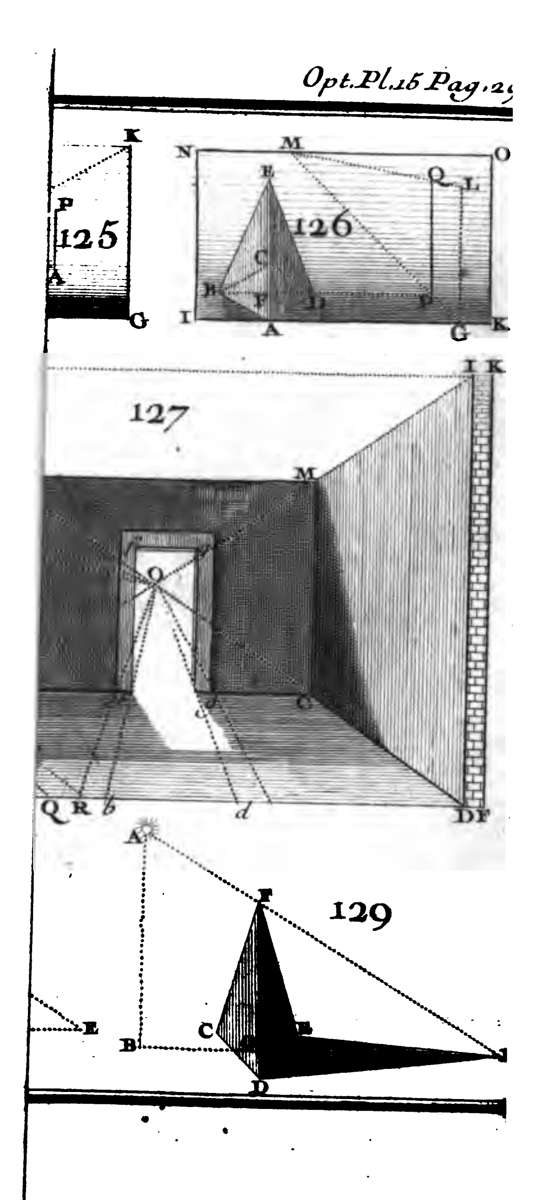
96

98

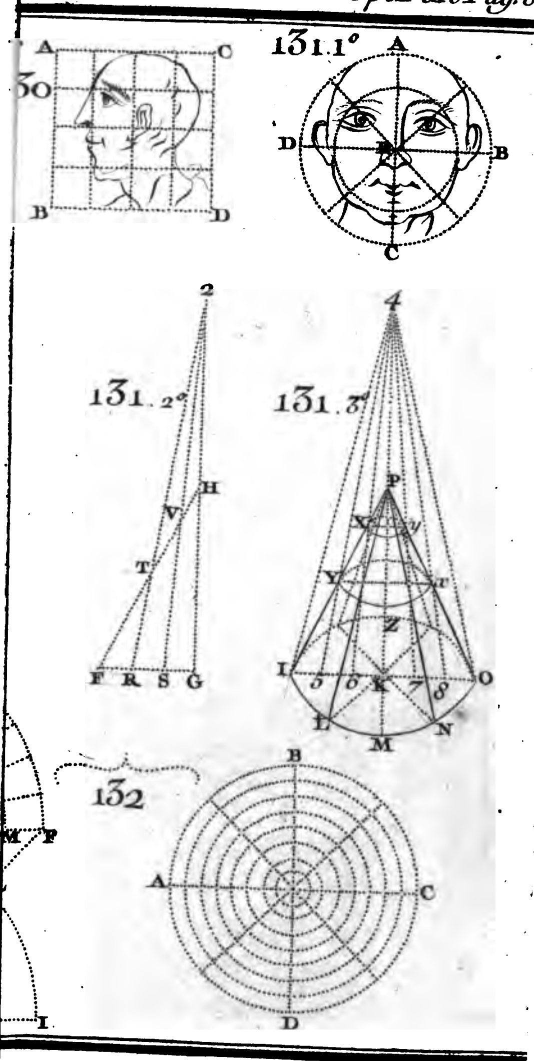
100



102
G
F
I
E
C
T
104
A
B
C
103
I
F
G
B
S
D
E
105
D
e
E
b
C
B
A
106
D
E
C
C
B
A



125
K
P
A
G
126
N
M
O
E
Q
L
C
B
F
D
P
I
A
G
K
127
I
K
M
O
C
Q
R
b
d
D
F
A
129
F
C
E
B
D
E


130
A
C
B
D
131. 1°
A
D
E
B
C
131. 2°
2
H
V
T
F
R
S
G
131. 3°
4
P
X
y
Y
T
Z
I
5
6
K
7
8
O
L
M
N
132
B
A
C
D
M
F
I